

Granični uslovi za računanje snage grejanja u posebnim slučajevima, prema DIN 4701

Dr Bruno Rusjan, dipl. inž.,
»Iskra Kibernetika«,
61000 Ljubljana, Tržaška 2

U članku se razmatraju granični uslovi za računanje snage grejanja prostorija sa masivnim zidovima, u posebnim slučajevima, prema normama DIN 4701, i to sa stanovišta električne simulacije. Pojednostavljeni pristup daje pregled i omogućava razumevanje nestacionarnih toplotnih pojava u zgradama. Indirektno je definisan faktor toplotnog prodora u masivne zidove, i to sa potencijalnom vremenskom konstantom i koeficijentom toplotnog provođenja, što je u saglasnosti sa teorijom o jednodimenzionalnom provođenju toplote. Potencijalna vremenska konstanta je recipročna vrednost koeficijenta temperaturnog provođenja (toplotne difuzije).

1. Prostorija u uslovima promene snage grejanja

Prema [7] sledi, da do određene dužine voda RC (dubine zida), od ulaza odnosno od tačke gde utiče ulazna veličina, izlazni granični uslovi nemaju nikakvog uticaja na vremenski tok veličina u određenom vremenskom intervalu. Od ulaza pa do određene tačke (od površine zida na koju utiče promena toplote pa do određene dubine), vrši se dakle jednodimenzionalno provođenje toplote u beskonačnom mediju. Kad na ulazu voda RC deluje jednosmeran napon, vremenski tok (odziv) struje i napona na ulazu do određene tačke ne zavisi od dužine voda ili od izlaznog otpora (sl. 1, u intervalu na slici). To vredi i za grejanje na površini zida i do određene dubine, ako na površini utiče jednosmerna promena temperature.

Kad na ulazu deluje napon U , struja I_1 na ulazu voda RC može se izraziti prema [8] ovako:

$$I_1 = \frac{U}{Z} = U \frac{Z''}{Z'} = \frac{U}{R} \frac{(Z'')}{(Z')} \quad (1)$$

gde su:

Z i R — impedanca i otpor voda RC (zida),
 Z' i Z'' odnosno (Z') i (Z'') — su numerator i deno-

minator impedance, odnosno njihove normirane vrednosti [8, 9],

$p = d/dt$ za jednosmerne veličine ($p = j\omega$ za naizmenične veličine),

T = potencijalna vremenska konstanta.

Ako se diskretizira vod RC u 3 člana u obliku T , važi prema [9, 10]:

$$(Z') = 1 + \frac{19}{108} pT + \frac{8}{9 \cdot 108} p^2 T^2 + \frac{1}{9^2 \cdot 108} p^3 T^3 \quad (2)$$

$$(Z'') = 1 + \frac{1}{2} pT + \frac{1}{27} p^2 T^3 + \frac{1}{2 \cdot 9^3} p^3 T^3 \quad (3)$$

$R_k = 0$ (izlaz u kratkom spoju)

Vremenski odziv struje na ulazu prema [10] je:

$$I_1 = \frac{U}{R} [(1 - 2 \exp(-9 t/T) + 2 \exp(-27 t/T) - \exp(-36 t/T))] \quad (4)$$

Vremenske odzive pri diskretizaciji voda RC (zida) u n , odnosno ∞ članova možemo naći u [10]. Uopšte, važi:

$$I_1 = \frac{U}{R} f(t) \quad (5)$$

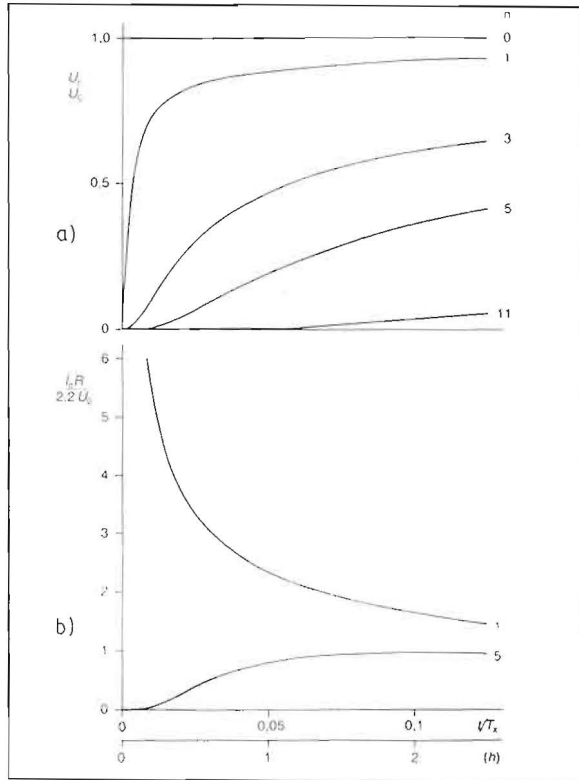
$f(t)$ je normirana funkcija vremena, nezavisna od izlaznih graničnih uslova do trenutka $t/T = 0,3$ [8]. Za zidove od masivne cigle $d = 35$ cm, $T = 80$ h [11], $t/T = 24$ h. U izdanju DIN 4701, od 1959 g., odgovarajuće krivulje su slične krivulji 1. na slici 1b.

Pri grejanju u zatvorenoj prostoriji, bez prozora, vrata i ventilacije, sa jednakim zidovima, podom i tavanicom, važe isti uslovi kao za jedan zid [8], i to u električnoj simulaciji:

$$U_1 = ZI = RI \frac{(Z')}{(Z'')} \quad (6)$$

U_1 je napon na ulazu (temperatura zida na površini) ako na ulazu utiče struja I (snaga grejanja u prostoriji).

Krivulja 1 na slici 2b daje vremenski odziv prema (6); ostale krivulje odgovaraju struji i na-



Sl. 1. Vremenski odziv napona U_n voda RC (temperature zida) a i struje I_n (toplotnog protoka) b pri trenutnoj promeni ulaznog napona U_0 (temperature na površini zida, $n = 0$) i diskretizacije voda (zida) sa 22 člana oblika T. $T_x = T/4$, $T = RC$ potencijalna vremenska konstanta, R i C otpor i kapacitet voda (zid), n tačka ispitivanja, $T = 80$ h kod zida od masivne cigle dubine oko 35 cm

ponu (snazi grejanja i temperaturi) u drugim tačkama diskretizacije voda RC (zida).

Vazduh u prostoriji predstavlja toplotni kapacitet. Zbog konvekcije je toplotni otpor u vazduhu zanemarljiv. U slučaju potpuno zatvorene i izolovane prostorije, sledi prema [10]:

$$U_a = I \frac{1}{pC_a} = RI \frac{1}{pRC_a} \quad (7)$$

$$U_a = RI \frac{t}{RC_a} \quad (8)$$

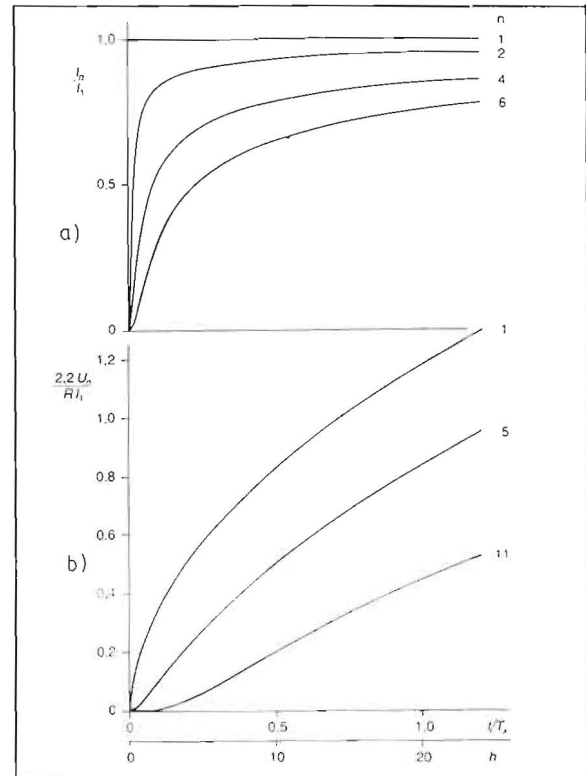
U_a je napon analogan temperaturi vazduha u prostoriji, a $C_a = p_a c_a V$ toplotni kapacitet vazduha u prostoriji.

Ako se izolovana prostorija ventilira, uz toplotni otpor R_v , sledi prema [9, 10]:

$$U_a = R_v I \frac{1}{1 + pR_v C_a} \quad (9)$$

$$U_a = R_v I [1 - \exp(-t/R_v C_a)] \quad (10)$$

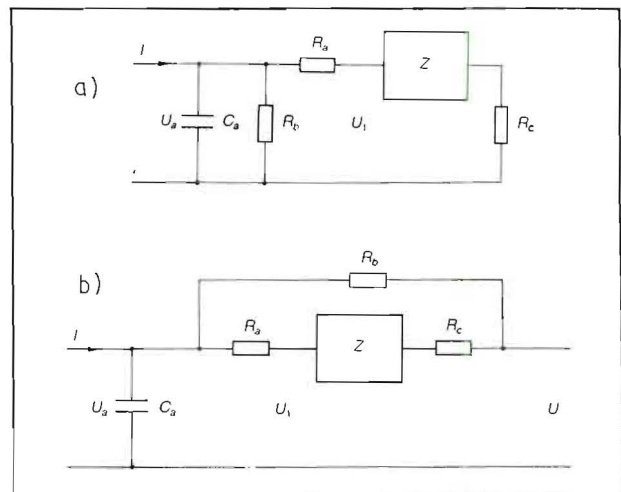
U prvom slučaju, jednačine (8), temperaturni odziv vazduha u prostoriji je linearan i postiže



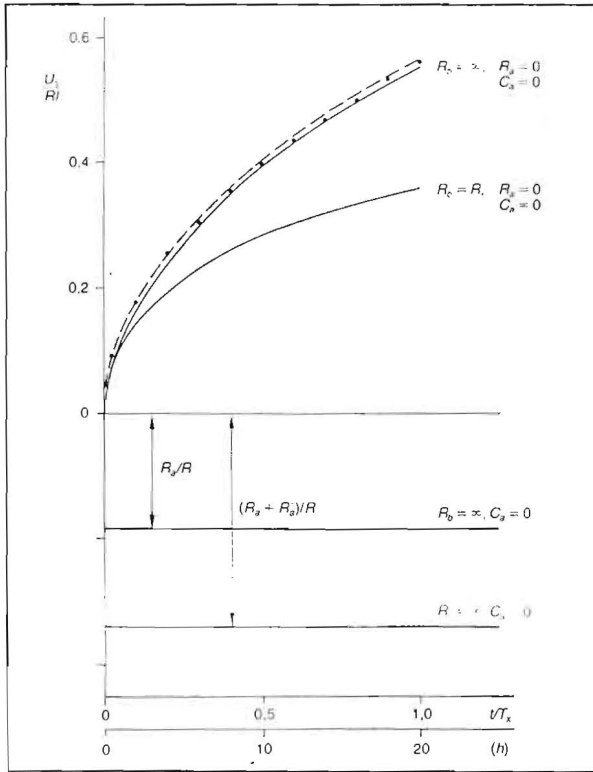
Sl. 2. Vremenski odziv struje I_n voda RC (toplotnog protoka zida) a i napona U_n (temperature zida) b pri trenutnoj promeni ulazne struje I_1 (toplotnog protoka u tački O odnosno 1). Ostali podaci su na sl. 1.

u vremenu RC_a normiranu vrednost 1 (U_a/RI). U drugom slučaju, jednačine (10), odziv je eksponencijalan i postiže u trajanju vremenske konstante $R_v C_a = 0,63$ normirane vrednosti ($0,63 U_a/R_v I$).

Ako izolovana prostorija ima osim ventilacije i prozor (i vrata), sa toplotnim otporom R_f , vredi prema [9, 10]:



Sl. 3. Električni model jednostavne prostorije prema DIN 4701 (jednaki zidovi, pod i tavanica) u slučaju promene snage grejanja (I) a i pri promeni snage grejanja i spoljne temperature (I , U) b. R_a i R_c unutrašnji i spoljni prestupni otpor, R_b ukupni otpor ventilacije i prozora, C_a toplotni kapacitet vazduha u prostoriji, Z toplotna impedanca zidova, U_a i U_i temperatura vazduha i zidova u prostoriji



Sl. 4. Vremenski odziv temperature zida (U_1) u slučaju trenutne promene snage grejanja (I) i pri različitim uslovima. Podaci prema sl. 1. i 3. R'_s toplotni otpor unutrašnje izolacije

$$U_a = \frac{R_v R_f}{R_v + R_f} I \frac{1}{1 + p \frac{R_v R_f}{R_v + R_f} C_a} \quad (11)$$

Temperaturni odziv vazduha u prostoriji je još uvek eksponencijalan, ali ima odgovarajuću smanjenu vremensku konstantu.

Uopšte, prostoriju sa ventilacijom, prozorima i vratima, jednakim graničnim zidovima (podom i tavanicom), možemo simulirati prema slici 3a [8, 10, 13]. Temperatura vazduha i zidova u prostoriji u tom slučaju, prema [8, 10, 13], je analogna:

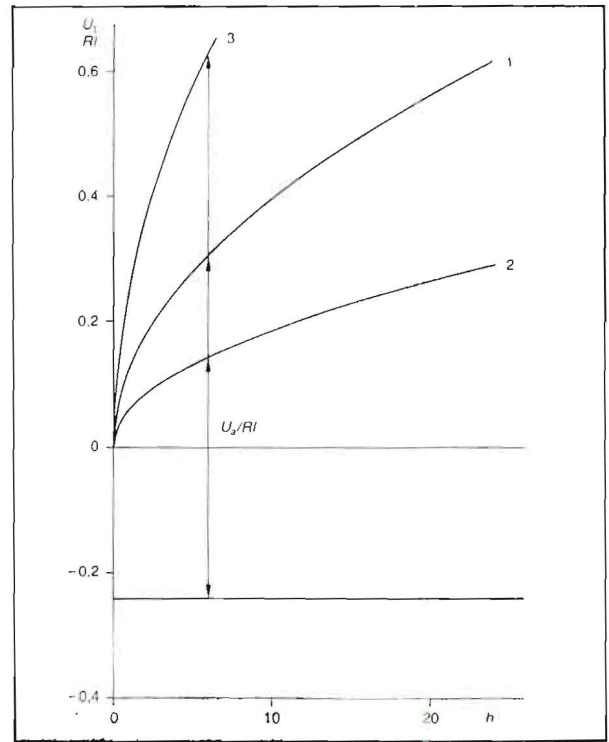
$$U_a = R_b I \frac{R_a Z'' + Z'}{(R_a + R_b) Z'' + Z' + p (R_a Z'' + Z') R_b C_a} \quad (12)$$

$$U_1 = R_b I \frac{Z'}{(R_a + R_b) Z'' + Z' + p (R_a Z'' + Z') R_b C_a} \quad (13)$$

gde je:

R_a — prelazni toplotni otpor vazduha na zid, $R_b = R_v R_f / (R_v + R_f)$, $R_c = 0$.

U [1] je pretpostavljeno pojednostavljenje (12) i (13), i to za $R_b = \infty$ i $C_a = 0$. Zbog toplotnog ka-



Sl. 5. Vremenski odziv temperature zida (U_1) i vazduha u prostoriji (U_a) u slučaju trenutne promene snage (I) i zidova od masivne cigle 1, normalnog betona 2 i drveta 3. $R_a = 0,13 \text{ m}^2 \text{ K/W}$, $R_b = \infty$, $C_a = 0$

paciteta C_a su u [1] uzeli u obzir »mrtvo« vreme (period kašnjenja). Međutim, postoji samo promena potencijalne vremenske konstante zida bez mrtvog vremena.

Na slici 4. dat je vremenski odziv temperature vazduha i zida u prostoriji u različitim uslovima. Crtkana krivulja odgovara U_0/RI ($U_0 = U_1 + R_1 I$, $R_1 = R/44$ — otpor prvog člana lanca RC). Tačkama je označena funkcija koja odgovara teoriji o jednodimenzionalnom provođenju toplote u beskonačnom mediju [10], i to:

$$\frac{U_1}{RI} = \sqrt{\frac{4\pi}{10} \frac{t}{T}} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{4\pi}{10} \frac{\lambda}{\rho C} t} \quad (14)$$

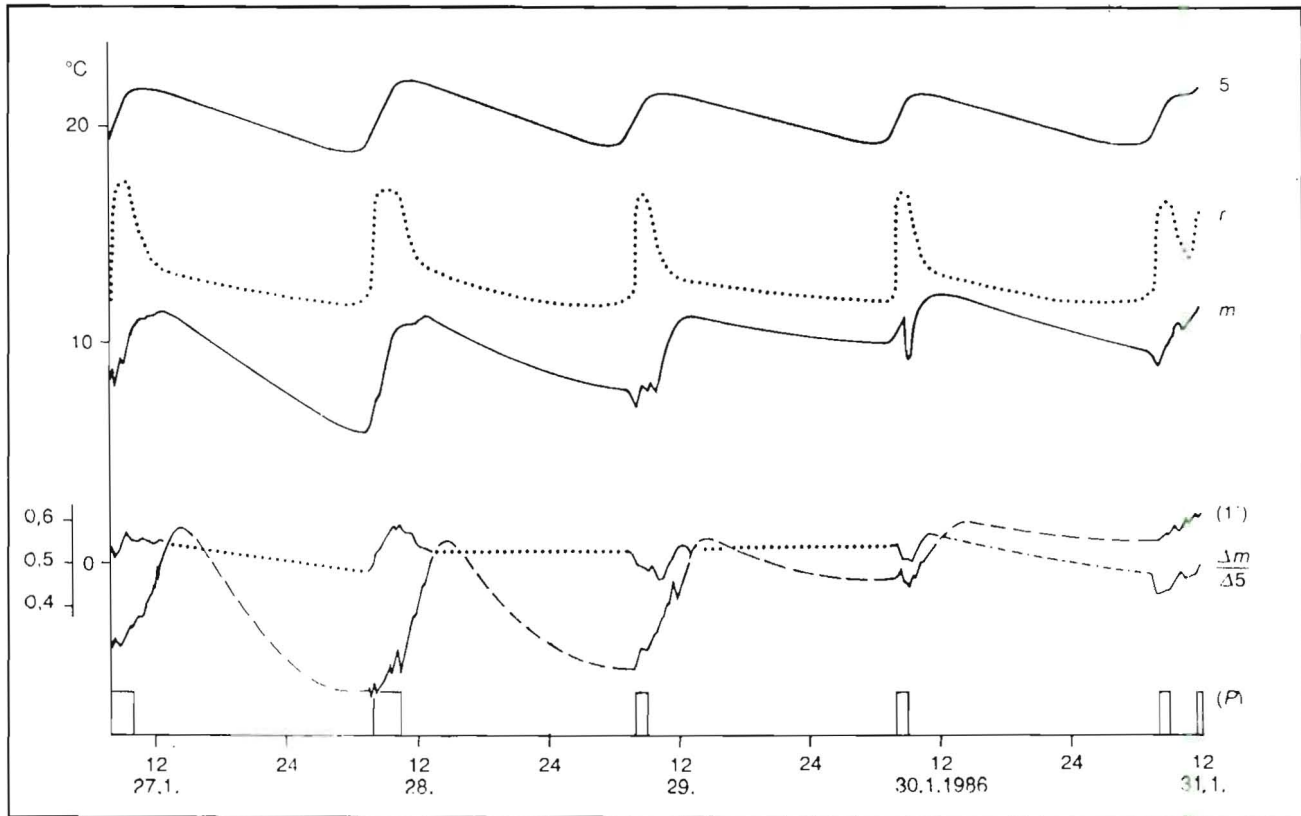
gde je t u s i:

$$\frac{U_1}{RI} = \frac{60}{d} \sqrt{\frac{4\pi}{10} \frac{\lambda}{\rho C} t}$$

t u h (d u m, λ u W/mK, c u J/kgK, ρ u kg/m³) odnosno:

$$\frac{U_1}{RI} = \frac{60}{S} \sqrt{\frac{4\pi}{10} \frac{t}{\lambda \rho C}} \quad t \text{ u h} \quad (15)$$

Jednačina (15) odgovara [1], jer faktor $1/S$ ($1/A$) otpada ako se uvaži I/S . R_a/R na slici 4. odgova-



Sl. 6. Vremenski tok temperature kancelarije 5, u sredini dvostrukog prozora m, spoljne temperature (1') i radijatora r (relativne vrednosti). $\Delta m/\Delta 5 = ((m - (1')) / ((5 - (1')))$, (P) radijator uključen i isključen (intermitirujuće grejanje)

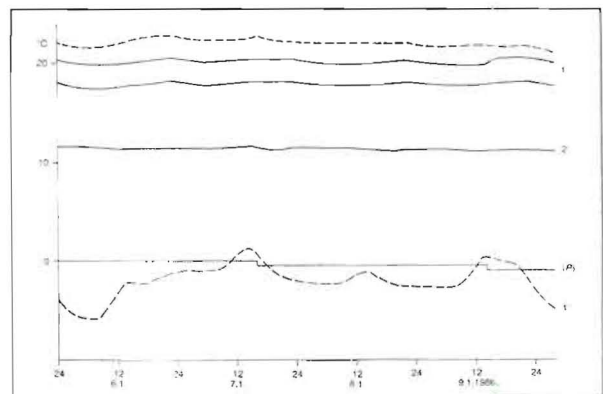
ra normiranoj temperaturnoj razlici zbog otpora prelazu toplote vazduh-zid.

Uzmimo u obzir podatke za 3 građevinska materijala (masivna cigla, normalan beton i drvo) [1]:

	ρ	c	λ	$\rho c/\lambda = T$	$\lambda \rho c$	
	kg/m ³	J/kgK	W/mK	s/m ²	h/m ²	
Masivna cigla	1 600	920	0,68	$2,17 \cdot 10^6$	$600 \cdot 10^6$	278
Normalan beton	2 400	880	2,1	$1,01 \cdot 10^6$	$4,44 \cdot 10^6$	1235
Drvo	700	2 500	0,13	$13,45 \cdot 10^6$	$3 740 \cdot 10^6$	63,3

Potencijalna vremenska konstanta $T = 80$ h odgovara debljini zida od pune cigle $d = (800/600)^{1/2} = 0,366$ m, $R = 0,366/0,68$ $S = 0,538/S$ K/W. Za normalan beton $d_b = (80/280)^{1/2} = 0,533$ m, $R_b = 0,533/2,1$ $S = 0,254/S$ K/W. Za drvo $d_t = (80/3740)^{1/2} = 0,146$ m, $R_t = 0,146/0,13$ $S = 1,12/S$ K/W.

Ako želimo da temperatura prostorije sa zidovima od pune cigle postigne normalnu vrednost u nekoliko sati, moramo je grejati snagom koja je nekoliko puta veća od normalne (koja odgovara toplotnim gubicima u stacionarnom stanju). Slika 5. važi za $R_a = 0,13/S$ K/W, [1], $R_b = \infty$ i

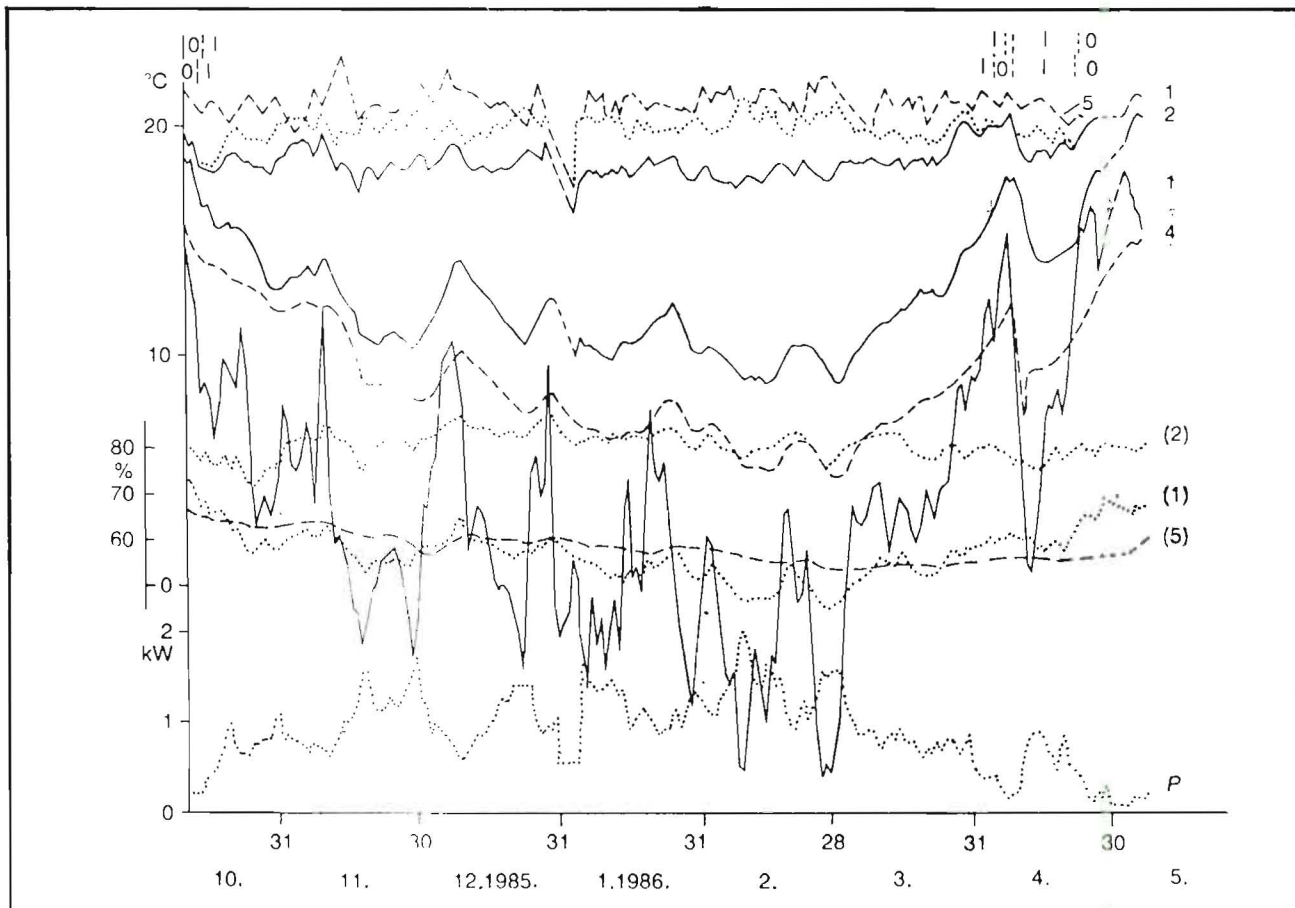


Sl. 7. Vremenski tok temperature prostorije 1 (na višini 0,5 i 1,5 m i 1,5 m iznad ogrevnog tela), spavaće sobe 2, spoljne temperature 1' i snage grejanja (P) u relativnim vrednostima pri kontinuiranom grejanju sa prirodnom regulacijom

$C_a = 0$. Prozori i ventilacija smanjuju vreme odziva temperature prostorije. U prostoriji osećamo kombinovanu temperaturu vazduha i zidova [1, 2].

Veća debljina zidova ne utiče na vremenski odziv temperature prostorije (sl. 4. i 5), jer je povećanje potencijalne vremenske konstante zida u saglasnosti sa povećavanjem temperature. Manja debljina zidova utiče na ovu promenu u opsegu $t/T > 0,3$.

U [7] smo objasnili da je potencijalna vremenska konstanta jednaka recipročnoj vrednosti koeficijenta temperaturnog provođenja (toplotne



Sl. 8. Tok temperature i snage grejanja jednog stana u sezoni grejanja 1985/86, pri kontinuiranom grejanju i prirodnoj regulaciji. 4 podrum stambenog bloka; ostale veličine prema sl. 7; 0/I grejanje isključivo u kancelariji i posmatranom stanu; (1), (2) i (5) relativna vlaga u odgovarajućim prostorijama (srednje dnevne vrednosti)

difuzije), $\lambda/\rho c = 1/T$. Tu vidimo da je kvadratni koren $\lambda/\rho c$, u [1] označen kao koeficijent toplotnog prodora, jednak kvadratnom korenu potencijalne vremenske konstante pomnožene koeficijentom toplotnog provođenja [vidi tabelu i (15)].

2. Prostorija u uslovima promene snage grejanja i spoljne temperature

Ako uzmemo u obzir, osim grejanja prostorije, i promenu spoljne temperature, sledi, prema modelu na slici 3b:

$$U_a = \frac{R_b I (R_a Z'' + Z') + U (R_b + R_a Z'' + Z')}{(R_a + R_b) Z'' + Z' + p (R_a Z'' + Z') R_b C_a} \quad (16)$$

$$U_1 = \frac{R_b I Z' + U (R_a + R_b + Z' + p R_a R_b C_a)}{(R_a + R_b) Z'' + Z' + p (R_a Z'' + Z') R_b C_a} \quad (17)$$

U je analogno spoljnoj temperaturi, $R_c = 0$.

Član UR_b u (16) odnosno $U (R_a + R_b)$ u (17) je analogan prolazu toplote usled spoljne temperature kroz zidove, ima »mrtvo« vreme period kaš-

njenja i prouzrokuje vrlo spora povećanja ventilacije i kroz prozor [prvi član (18)], gubitke pulsni odziv. Ostali članovi u (16) i (17) prouzrokuju iste vremenske odzive kao oni u (12) i (13).

Snaga grejanja iz (16) analogna je:

$$I = \frac{U_a [(R_a + R_b) Z'' + Z'] - U (R_b + R_a Z'' + Z')}{R_b (R_a Z'' + Z')} \quad (17)$$

$$I = \frac{U_a - U}{R_b} + \frac{U_a Z'' - U}{R_a Z'' + Z'} \quad (18)$$

$$I = \frac{U_a - U}{R_b} + \frac{U_a - U}{R_a Z'' + Z'} + \frac{U_a [Z'']}{R_a Z' + Z'}$$

$$[Z''] = (Z'') - 1$$

Snaga grejanja nadoknađuje toplotne gubitke ventilacije i kroz prozor [prvi član (18)], gubitke kroz zidove [drugi član (18)] i izaziva promenu toplotnog kapaciteta zidova [treći član (18)]. Gubici usled ventilacije i kroz prozor su bez kašnjenja, a gubici kroz zidove jako kasne i imaju određeno »mrtvo« vreme. Promena toplotnog kapaciteta zidova je impulsna i limitira sa vreme-

nom ka nuli. U početku grejanja veći deo snage koristi se za promenu toplotnog kapaciteta zidova (prva faza). Kad se postigne normalna temperatura prostorije, snagu grejanja smanjujemo i održavamo normalnu temperaturu prostorije (druga faza), do stacionarnog stanja. Posle toga snaga grejanja odgovara samo toplotnim gubicima (treća faza). Ako vremenom dođe do promene spoljne temperature, situacija se još više komplikuje.

Potencijalna vremenska konstanta zgrade (zidova) je veća od jednog dana, pa je zato vremenski odziv temperature prostorije pri dnevnom intermitirajućem grejanju stepenasta kriva [8, 11], koja zauzima stacionarno stanje nakon više dana. Pri promeni spoljne temperature u toku dana, npr. od 10 do 22 °C (srednja vrednost 16 °C), nije potrebno grejanje prostorije, jer zgrada ove promene izravnavava, a unutrašnji izvori toplote i sunce dižu temperaturu prostorije iznad 20 °C.

Intermitirajuće grejanje kancelarije (slika 6) je potrebno jer je snaga grejanja prevelika, iako se radi o centralnom grejanju, uz regulaciju temperature razvodne vode u zavisnosti od spoljne temperature. Pri kontinuiranom grejanju stana (slika 7) potrebno je samo jedno podešavanje snage grejanja na nekoliko dana. Samo pri prolazu hladne ili tople fronte potreban je jedan pravak snage grejanja na dan.

3. Uticaj zemlje

Ako je prostorija (zgrada) na zemlji, sledi, prema [8, 11]:

$$U_b = \frac{IR_b Z'Z'_e = U(R_b Z'_e + Z'Z'_e) + U_e R_b Z'}{Z'R_b Z''_e + Z'Z'_e + Z'_e R_b Z''} \quad (19)$$

gde je:

U_e — napon analogan temperaturi u referentnoj tački (površini) zemlje, a Z'_e i Z''_e — numerator i denominator impedance zemlje do referentne tačke (površine).

Iz (19) sledi:

$$I = \frac{U_a (Z''R_b Z'_e + Z'Z'_e + Z''_e R_b Z') - U (R_b Z'_e + Z'Z'_e) - U_e R_b Z'}{R_b Z'Z'_e}$$

$$I = \frac{U_a - U}{R_b} + \frac{U_a Z'' - U}{Z'} + \frac{U_a Z''_e - U_e}{Z'_e}$$

$$I = \frac{U_a - U}{R_b} + \frac{U_a - U}{Z'} + \frac{U_a - U_e}{Z'_e} + \frac{U_a [Z'']}{Z'} + \frac{U_a [Z''_e]}{Z'_e} \quad (20)$$

Pri kontinuiranom (kvazistacionarnom) grejanju dolazi u obzir, zbog zemlje, samo treći član (20), koji je u prosečnoj sezoni grejanja zanemarljiv [7, 11], ako dubina podzemne vode nije ma-

nja od 19 m. Do ove dubine se naime osećaju godišnje promene temperature. Pri intermitirajućem grejanju dolazi u obzir poslednji član (20). Ako je promena temperature prostorije danju 1 K, onda je amplituda snage grejanja u zemlji oko 10 W/m², koja nije gubitak, jer je naizmenična komponenta. Pri promeni temperature u toku dana, referentna dubina zemlje je 1 m [7, 11].

Promene temperature u toku više dana prouzrokuju najmanje amplitude temperature u podrumskim prostorijama (slika 8). Isto važi za promene spoljne temperature u toku godine. Ove prostorije ne smemo smatrati referentnim pri regulaciji temperature zgrada [5].

4. Zaključne napomene

Vremenski odziv temperature prostorije pri promeni snage grejanja i spoljne temperature je zbog unutrašnjih zidova sporiji, odnosno odgovarajuće amplitude su manje nego u spomenutim slučajevima [8]. Izolacija zidova, poda ili tavanice (unutrašnja) i nameštaj prostorije ubrzavaju vremenske odzive, odnosno povećavaju amplitude.

Difuziju toplote u masivnim zidovima definiše uopšte koeficijent toplotne difuzije (temperaturnog prevođenja) odnosno potencijalna vremenska konstanta zidova, i to bilo za promene temperature, bilo za promene toplotnog protoka [8, 10], ako su izazvane istom veličinom. U slučaju promene toplotnog protoka, izazvane temperaturne promene zavisne su od spomenutog parametra, ako se podrazumevaju normirane odnosno relativne vrednosti. Ako se podrazumevaju apsolutne vrednosti, onda su dodatno zavisne od koeficijenta toplotnog provođenja. Koeficijent prodora toplote [1, 2, 3] je parametar sastavljen od oba spomenuta parametra (potencijalne vremenske konstante i koeficijenta toplotnog provođenja).

Vremenski (frekventni) odziv temperature prostorije (vazduha i površine zidova u prostoriji) u slučaju promene snage grejanja u određenom intervalu vremena (frekvence) ne zavisi od izlaznih graničnih uslova, nego samo od ulaznih (od prostorije).

Literatura

- [1] ***: DIN 4701 — *Regeln für die Berechnung des Wärmebedarfs von Gebäuden*. Ausgabe 1983 (1959).
- [2] RAIß W.: *Heiz- und Klimatechnik*. Erster Band. Springer — Verlag, Berlin, 1968.
- [3] KRISCHER, O., KAST, W.: *Zur Frage des Wärmebedarfs beim Anheizen selten beheizter Gebäude*. *Gesundh.-Ing* 78 (1957), str. 321—325.
- [4] KRISCHER, O.: *Die Wärmeaufnahme der Grundflächen nicht unterkellierter Räume*. *Gesundh.-Ing*. 57 (1934), str. 513—521.
- [5] ZEIGER, H.: *Einzelraum Regelsysteme auf Mikroprozessorbasis*. e.t.a 43 (1985), str. 40—45.
- [6] ***: *Heizkörper*. HLH 36 (1985), str. 278.

(Nastavak na 61. str.)

- [1] BOŠNJAKOVIĆ, F.: *Nauka o toplini*, II, Tehnička knjiga, Zagreb, 1976.
[2] MATIĆ, M.: *Ekonomija u projektovanju*, KGH 1/1988.
[3] NOVAK, P.: *Ekonomičnost sunčanih sistema*, KGH 3/1979.

(Nastavak sa 48. str.)

- [7] RUSJAN, B.: *Tages- und Jahrestemperaturverlauf im Erdreich und in Gebäuden schwerer Bauart*. Gesundh.-Ing. 107 (1986), str. 335—359.
[8] RUSJAN, B.: *Nachbildung und Erfahrungen mit dynamischen thermischen Verhältnissen in Räumen schwerer Bauart*. Gesundh.-Ing. (1983), str. 68—78.
[9] RUSJAN, B.: *Časovne konstante toplotnih pojavaov zgradb*. Automatika, Zagreb, 1978, str. 185—190.
[10] RUSJAN, B.: *Trattamento analitico di semplici problemi termici non stazionari*. L' Elettrotecnica, Milano, 1959, n. 8.
[11] RUSJAN, B.: *Einfluß der Erde auf die Temperatur des Raumes*. Gesundh.-Ing. 102 (1981), str. 34—38.
[12] RUSJAN, B.: *Robni pogoji za simulacijo toplotnih problemov*. Elektrotehniški vestnik, Ljubljana, 1978, str. 200—208.
[13] RUSJAN, B.: *Randbedingungen für die Berechnung des Wärmebedarfs in Sonderfällen nach DIN 4701*. Gesundh.-Ing. 108 (1987), str. 277—284.

