ОДРЕЂИВАЊЕ ПОЛОЖАЈА СУНЦА У ОДНОСУ НА ПОВРШИНЕ НА ЗЕМЉИ

DETERMINATION OF THE POSITION OF THE SUN IN RELATION TO THE SURFACES ON THE EARTH

Душан Гордић, дипл. инж., Бојан Луковић, дипл. инж.,
Машински факултет, Крагујевац

За одређивање интензитета зрачења на земљи, неопходног за правилан избор и димензионисање уређаја за коришћење соларне енергије, потребно је најпре одредити положај сунца у односу на површине на земљи. У раду су изложени теоријске основе и математички модел, на основу којих је сачињен програм за одређивање тренутног положаја сунца у хоризонталном и екваторском координатном систему и часовног угла изласка (заласка) сунца, са довољном тачношћу за примену у соларној техници.

For dimensioning the solar energy devices, it is necessary to determine the position of the sun in relation to the earth. This article presents the theoretical basis and the mathematical model for determination of the sun's position in the horizontal and the equatorial system and the hour angle of sunrise (sunset), with satisfactory precision for application in the solar technique. After establishing this model, the authors made an appropriate compueter program.

Кључне речи: *положај Сунца; интензитет зрачења; соларна енергија*
Key words: *position of the sun; radiation intensity; solar energy*

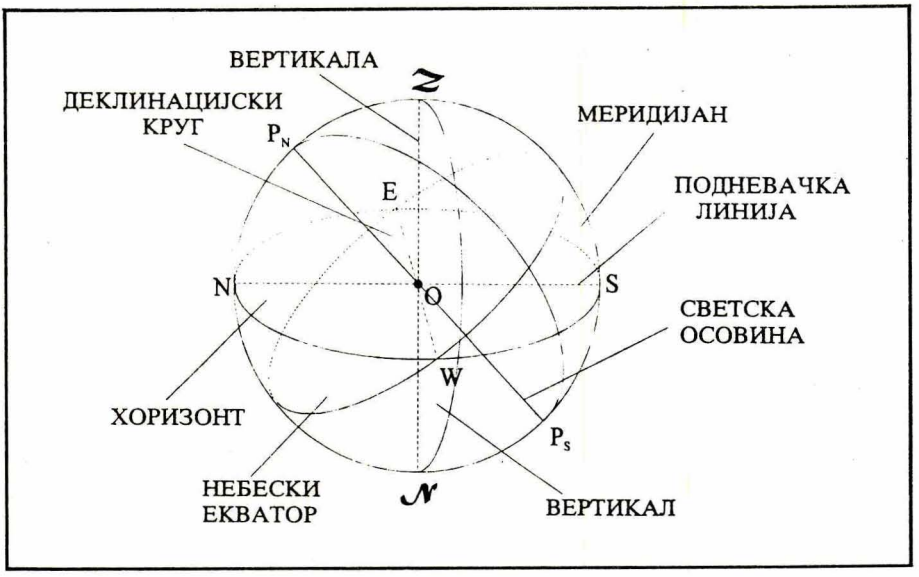
1. Увод

Енергија коју собом носе Сунчеви зраци при доласку на Земљину површину, је променљива и њена величина зависи од положаја сунца у односу на површине на земљи. Зато је при одређивању интензитета зрачења на површине на земљи, што је неопходно за правилан избор и димензионисање уређаја за коришћење соларне енергије, потребно најпре одредити положај сунца у односу на површине на земљи.

Положај Сунца на небеском своду, за посматрача на површини Земље, мења се током дана и године, због обртања Земље око своје осе (ротација) и њеног кретања око Сунца (револуција). Да би се одредио положај небеских тела, пошто се због њихове огромне удаљености од Земље не може непосредним посматрањем створити слика о тим даљинама, претпостљамо да се сва небеска тела налазе на истим даљинама, односно да леже на површини лопте која се зове *небеска сфера*.

Основни елементи небеске сфере (слика 1), који служе као ослонац за одређивање положаја места на Земљи и положаја небеских тела (Сунца) су:

- *вертикала* – правац дејства силе Земљине теже;
- *хоризонт* – велики круг небеске сфере, дуж кога раван која додирује Земљу у месту посматрања сече небеску сферу и нормална је на вертикали;



Слика 1. Елементи небеске сфере

– *зенит и надир* – (Z) и (N) – тачке продора вертикале кроз видљиву (односно невидљиву) небеску полусферу изнад (испод) хоризонта;
– *вертикал* – било који велики круг небеске сфере који пролази кроз зенит посматрача.

Елементи небеске сфере изведени из њеног привидног дневног обртања су:

– *небеска поларна осовина (светска осовина)* – права око које нам се чини да се за један звездани дан обрне небеска сфера (поклапа се са осом Земљине ротације);
– *небески полови* – тачке у којима светска осовина пресеца небеску сферу (P_N и P_S – северни и јужни пол). Северни пол је тачка из које се види да се сва небеска тела привидно крећу у току дана у смеру казаљке на сату (тзв. ретроградни смер);
– *небески екватор* – велики круг небеске сфере чија је раван нормална на светску осовину;
– *небески меридијан* – вертикал који садржи небеске полове. Небески меридијан сече хоризонт у северној (N) и (S) јужној тачки хоризонта, тако да је северна тачка испод северног небеског пола, а јужна дијаметрално супротно. Права NS која пролази кроз посматрачеву станицу је подневачка линија. Нормала на подневачку линију у равни хоризонта, која садржи посматрачеву станицу, сече небеску сферу у источној (E) и западној (W) тачки хоризонта;
– *часовни (деклинацијски) круг* – велики круг који садржи светску осовину и посматрано небеско тело (у нашем случају Сунце).

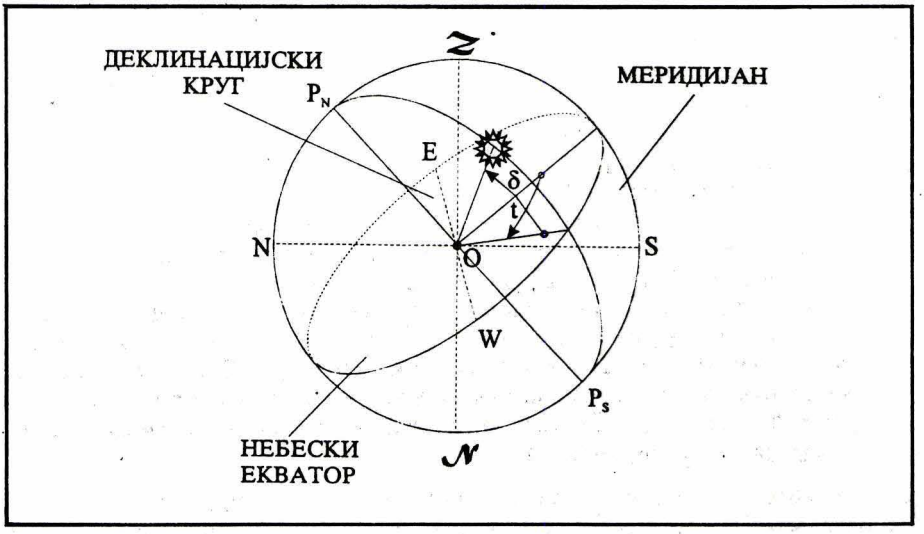
2. Теоријске основе и математички модел

За одређивање положаја Сунца за потребе прорачуна у соларној техници, користе се највише екваторски и хоризонтски координатни систем.

2.1. Екваторски кооридинатни систем

Координатни почетак екваторског координатног система је у посматрачевом оку: основна раван је раван небеског екватора. Координате Сунца у овом систему су: деклинација (δ) и часовни угао (t) (слика 2).

Деклинација је угао у равни деклинацијског круга Сунца који се мери од равни небеског екватора до правца који спаја посматрача и Сунце (визура). За положаје Сунца северно од екватора узима позитивне вредности, а за оне испод екватора негативне. Привидно дневно кретање Сунца врши се по круговима паралелним екватору, па је деклинација непроменљива, како са променом места посматрања, тако и у току привидног дневног кретања. Максимална вредност деклинацијског угла $\delta = 23^{o}\ 27'$ се достиже 21. јуна (летња дугодневица на северној Земљиној хемисфери, односно зимска краткодневица на јужној). Минимална вредност деклинацијског угла $\delta = -23^{o}\ 27'$ се достиже 20 децембра (летња дугодневица на јужној Земљиној хемисфери, односно зимска краткодневица на северној). За време пролећне и јесење равнодневице, 21. марта и 22. септембра деклинацијски угао је 0^{o}.



Слика 2. Екваторски координатни систем

Деклинација се, за било који дан у години може израчунати у првом приближењу као:

$$\delta = \left(23 + \frac{27}{60}\right) \cdot \sin\left(\frac{360 \cdot d}{365 \cdot 25}\right) \qquad (1)$$

где је δ – угао деклинације Сунца у [°], а d – број дана протеклих после пролећне равнодневице (на северној хемисфери).

Овако добијена вредност деклинације одступа од стварне вредности у границама од +0° 22' (1. маја) до –1° 42' (9. октобра). Стварне вредности деклинацијског угла измерене у *US Naval Observatory* 1950. у Вашингтону, а публиковане у *The American Ephemeris and Almanac for the Year* 1950, за свака четири дана у години, наведене су у табели 1.

Друга координата овог система, часовни угао (t) дефинише се као угаоно одстојање између часовног круга и меридијана посматрача. Мери се у равни небеског екватора у ретроградном смеру, од јужне на екватору, до пресека деклинацијског круга са екватором. Изражава се у степенима или радијанима, а најчешће у часовној мери (час, минут, секунд). Један час је еквивалентан $2 \cdot \pi/24 = 0{,}262$ rad, или $360^\circ/24 = 15^\circ$, па је и 1 мин. = 15', а 1 s = 15''. Часовни угао се мења са променом места посматрања (јер свако место има свој небески меридијан), а и са привидним дневним кретањем Сунца по кружницама паралелним са екватором. Како је привидно кретање једнолико, часовни угао небеског тела се мења равномерно током времена, па се може мерењем часовног угла одредити време места посматрања. Часовни угао одређује *право сунчано време*, а по вредности се разликује од *светског времена* (t_0), које се очитава на часовнику. Веза између ове две величине је:

$$t = t_o - 12 - TZ + \lambda \cdot \frac{1}{15^\circ} \quad [h], \tag{2}$$

где су:

t – часовни угао места [h],
t_0 – светско време места [h],
12 – број сати који представља разлику сунчаног времена и грађанског времена, јер почетак сунчаног дана пада у подне, а грађанског у поноћ, па је разлика ова два времена 12 h;
TZ – временска зона са предзнаком ±; почетна (нулта) зона је она која се по географској дужини протеже 7,5° или 30 мин источно и западно од почетног меридијана (Гринички меридијан). Крећући се на исток (зоне са позитивним предзнаком) за сваку зону се додаје по један сат, а крећући се на запад (зоне са негативним предзнаком) одузима се сат;
λ – географска дужина места [°].

При извођењу овог обрасца претпостављено је да се право сунчево време не разликује од *средњег сунчевог времена*, које је одређено кретањем *средњег сунца* (замишљена тачка која се креће равномерно по небеском екватору). Мерења извршена у *US Naval Observatory*, 1950. у Вашингтону, за сваки дан у години, а публикована у *The American Ephemeris and Almanac for the Year* 1950, показала су да се средње сунчано време разликује од правог сунчаног времена не више од 4,5° (нешто изнад 16 мин), што се за потребе соларне технике може сматрати као занемарљива величина.

Табела 1. Вредности угла деклинације

Месец	Дан	δ[°]
јануар	1	−23°04’
	5	−22°42’
	9	−22°13’
	13	−21°37’
	17	−20°54’
	21	−20°05’
	25	−19°09’
	29	−18°08’
април	1	4°14’
	5	5°46’
	9	7°17’
	13	8°46’
	17	10°12’
	21	11°35’
	25	12°26’
	29	14°30’
јул	1	23°10’
	5	22°52’
	9	22°28’
	13	21°57’
	17	21°21’
	21	20°38’
	25	19°50’
	29	18°57’
октобар	1	−2°53’
	5	−4°26’
	9	−5°58’
	13	−7°29’
	17	−8°58’
	21	−10°25’
	25	−11°50’
	29	−13°12’

Месец	Дан	δ[°]
фебруар	1	−17°19’
	5	−16°10’
	9	−14°55’
	13	−13°37’
	17	−12°15’
	21	−10°50’
	25	−9°23’
мај	1	14°50’
	5	16°02’
	9	17°09’
	13	18°11’
	17	19°09’
	21	20°02’
	25	20°49’
	29	21°30’
август	1	18°14’
	5	17°12’
	9	17°06’
	13	14°55’
	17	13°41’
	21	12°23’
	25	11°02’
	29	9°39’
новембар	1	−14°11’
	5	−15°27’
	9	−16°38’
	13	−17°45’
	17	−18°48’
	21	−19°45’
	25	−20°36’
	29	−21°21’

Месец	Дан	δ[°]
март	1	−7°53’
	5	−6°21’
	9	−4°48’
	13	−3°14’
	17	−1°30’
	21	−0°05’
	25	1°30’
	29	3°04’
јун	1	21°57’
	5	22°28’
	9	22°52’
	13	23°10’
	17	23°22’
	21	23°27’
	25	23°25’
	29	23°17’
септембар	1	8°35’
	5	7°07’
	9	5°37’
	13	4°06’
	17	2°34’
	21	1°01’
	25	−0°32’
	29	−2°06’
децембар	1	−21°41’
	5	−22°16’
	9	−22°45’
	13	−22°45’
	17	−23°20’
	21	−23°26’
	25	−23°25’
	29	−23°17’

Табела 2. Резултати програма

Место	φ [°]	λ [°]	t [°]	д [°]	А Ш°]	б [°]	Z [h]
Крагујевац	44,01	20,90	28,40	22,99	237,24	58,62	15,23
Београд	44,77	20,48	27,96	22,99	235,62	58,47	15,32
Подгорица	43,44	19,26	26,76	22,99	235,81	59,93	15,16
Нови Сад	45,24	19,81	27,31	22,99	234,10	58,57	15,38
Приштина	42,66	21,16	28,66	22,99	239,49	59,17	15,07
Ниш	43,32	21,91	29,41	22,99	239,52	58,36	15,14

2.2. Хоризонтски координатни систем

У хоризонтском координатном систему, кооридинатни почетак је посматрачево око, а основна раван је раван хоризонта. Координате сунца у хоризонтском координатном систему су *алтитуда* (β) а *азимут* (А) (слика 3). Алтитуда је угао у вертикалној равни, који се мери од хоризонта до визуре ка сунцу. Може имати позитивне вредности за случај када је сунце изнад хоризонта, односно негативне за случај када је сунце испод хоризонта. Познајући кооридинате сунца у екваторском координатном систему и географску ширину места, угао алтитуде се може израчунати из формуле:

$$\sin\beta = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos t \cdot \cos\varphi,$$

где су:

β [°] – угао алтитуде,
δ [°] – деклинацијски угао,
φ [°] – географска ширина места,
t [°] – часовни угао.

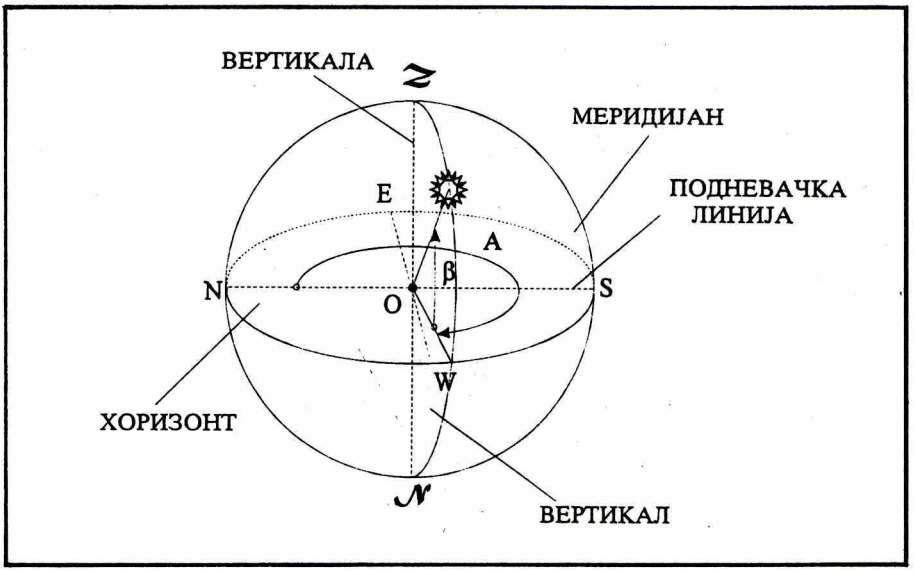
Азимут је угао у хоризонтској равни који се мери од северне тачке хоризонта N до пресека вертикала, који пролази кроз сунце, са хоризонтом, у ретроградном смеру. Може имати вредности од 0° до 360°, а прорачунава се из формуле:

$$\sin A = -\frac{\sin t \cdot \cos\delta}{\cos\beta} \quad \text{и} \quad \cos A = \frac{\sin\delta - \sin\beta \cdot \sin\varphi}{\cos\beta \cdot \cos\varphi} \tag{4}$$

При одређивању азимута, потребно је одредити и sin A и cos A, да би се одредило ком квадранту припада угао азимута, јер се његове вредности крећу од 0° до 360°, а инверзне тригонометријске функције дају решење у основним интервалима: asin у [–90°, 90°], а acos у [0°, 180°].

Хоризонтске координате су различите у истом тренутку ако се мере у два различита места. Оне се мењају у току времена, иако су мерене са истог места, због привидног дневног обртања Сунца.

Да би се одредио дневни износ енергије зрачења на површине на земљи,



Слика 3. Хоризонтски координатни систем

потребно је и одредити *време изласка* односно *заласка сунца* за хоризонтом. У тренутку изласка (заласка) сунца за хоризонт, важи $\beta = 0$, па се коришћењем једначине (3) добија:

$$0 = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos t' \cdot \cos\varphi,$$

односно

$$\cos t' = -\tan\delta \cdot \tan\varphi. \qquad (5)$$

Једначина се може решити по t' ако је $-1 \le -\tan\delta \cdot \tan\varphi \le 1$. Тада је:

$$t' = \arccos(-\tan\delta \cdot \tan\varphi), \qquad (6)$$

што даје два решења:

$$t_{iz} = -t' \text{ i } t_{za} = t', \qquad (7)$$

где су t_{iz} и t_{za} – часовни углови изласка и заласка сунца. Али, ако је:

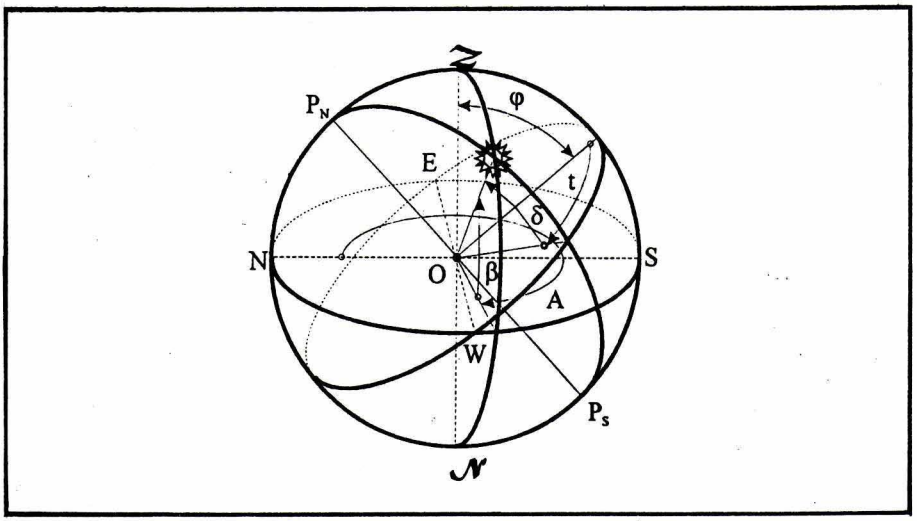
$-\tan\delta \cdot \tan\varphi > 1$ сунце неће изаћи читавог дана (поларна ноћ),
$-\tan\delta \cdot \tan\varphi < -1$ сунце ће сијати читавог дана (поларни дан).

Користећи добијене изразе за часовне углове изласка и заласка сунца, *дужина дана* (Z) (време од изласка до заласка сунца за хоризонтом) израчунава се као:

$$Z = |t_{iz}| + t_{za} = 2 \cdot t.$$

3. Приказ резултата са закључком

Користећи претходно изнети математички модел, направљен је компјут-



Слика 4. Веза између координата екваторског и хоризонтског координатног система

ерски програм, у програмском језику C, за одређивање положаја сунца у оба координатна система (хоризонтски и екваторски), као и угла заласка сунца и дужине дана. Листинг је у прилогу. За одређивање угла деклинације коришћена је једначина (1) (грешка мања од 1%). Резултати програма, за неке градове у СРЈ, за дан 22. 6. у 13 h и 30 мин су наведени у табели 2.

И поред наведних упрошћења, програм даје задовољавајуће резултате за инжењерске потребе прорачуна у соларној техници.

Литература

[1] **Coffari, Enrico**: *The Sun and Celestial Vault,* Solar Energy Engineering, edited by A. A. M. Sayigh, Academic Press Inc. 1977.

[2] **Шеварлић, М. Бранислав**: *Астрономија за IV разред усмереног образовања*, Научна књига, Београд, 1985.

[3] **Exell, R. H. B.**: *A Mathematical Model for Solar Radiation in South-East Asia (Thailand)*, Solar Energy, Volume 26, Number 2, 1981.

[4] **Michalsky, Joseph J.**: *The Astronomical Almanac's Algorithm for Aproximate Solar Position (1950–2050)*, Solar Energy, Volume 40, Number 3, 1989.

[5] **Spencer, J. W.**: *Letter to Editor "Comments on the Astronomical Almanac's Algorithm for Aproximate Solar Position (1950–2050)*, Solar Energy, Volume 42, Number, 4 1989.

PRILOG

```
// PROGRAM ZA ODREDJIVANJE POLOŽAJA SUNCA U ODNOSU NA ZEMLJU
// D. Gordić, B. Luković, 1995.
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <conio.h>
float delta,t,A,beta,fi,lambda,z,rad,sinA,cosA,to;
int d,day,month,h,min,TZ;
void main ()
{
clrscr();
printf("\nUnesi datum [dan i mesec]: ");
scanf("%d %d",&day,&month);
printf("\nUnesi vreme posmatranog mesta [cas, minut]: ");
scanf("%d %d",&h,&min);
printf("\nUnesi vremensku zonu sa predznakom + ili -");
printf("\n\n\t\t\t\tPRIMER:");
printf("\nLondon 0\tKragujevac +1\tAtina +2\tMoskva +3\tTokio +9");
printf("\nNjujork -5\tCikago -6\tRio -3\t\tLA -8\t\tSidnej +10\n");
scanf("%d",&TZ);
printf("\nUnesi geografske koordinate mesta: geografsku sirinu i ");
printf("duzinu [stepen]");
printf("\n\n\t\t\t\tPRIMER:");
printf("\nLondon +51.3 i -0.1\tKragujevac +44.01 i +20.9\tAtina +38 i ");
printf("+23.44");
printf("\nMoskva +55.45 i +37.42\tTokio +35.4 i +139.45\t\tNjujork +40.45 ");
printf("i -74");
printf("\nCikago +41.5 i -87.45\tRio -22.53 i -43.17\t\tLA +34 i -118.15");
printf("\nSidnej -33.53 i +151.1\n");
scanf("%f %f",&fi,&lambda);
rad=M_PI/180;     /* koeficijent za pretvaranje stepeni u radijane */
fi=fi*rad;      /* pretvaranje geografske sirine u radijane */
to=h+min/60.;   /* odredjivanje svetskog vremena mesta (to) u casovima */
t=to-12-TZ+lambda/15;   /* odredjivanje casovnog ugla (t) u casovima */
t=t*15*rad; /* za izracunavanje trig. funkcija prebacuje se t u radijane */
/* odredjivanje broja dana (d) posle prolecne ravnodnevnice (21. mart) */
switch (month) {
    case 1:   d=285+day;
              break;
    case 2:   d=316+day;
              break;
    case 3:       if (day<21)
          d=344+day;
            else
          d=day-21;
              break;
    case 4:   d=10+day;
              break;
    case 5:   d=40+day;
              break;
    case 6:   d=71+day;
              break;
    case 7:   d=101+day;
              break;
    case 8:   d=132+day;
```

```
            break;
    case 9:  d=163+day;
            break;
    case 10: d=193+day;
            break;
    case 11: d=224+day;
            break;
    case 12: d=254+day;
            break;
    }
/* odredjivanje ugla deklinacije (delta) u stepenima */
delta=(23+27/60)*sin(360*rad*d/365.25);
delta=delta*rad;  /* prebacivanje u radijane */
/* odredjivanje ugla altitude (beta) */
beta=asin(sin(delta)*sin(fi)+cos(delta)*cos(fi)*cos(t));
/* odredjivanje trigonometrijskih funkcija ugla azimuta (A) */
sinA=-sin(t)*cos(delta)/cos(beta);
cosA=(sin(delta)-sin(beta)*sin(fi))/(cos(beta)*cos(fi));
/* prema znaku sinA i cosA odredjujemo vrednost ugla A u [0,360] stepeni */
if (sinA>=0 && cosA>0)
    A=asin(-sin(t)*cos(delta)/cos(beta));   /* I kvadrant */
else
   if (sinA>=0 && cosA<=0)
    A=M_PI-asin(-sin(t)*cos(delta)/cos(beta)); /* II kvadrant */
   else
    if (sinA<0 && cosA<=0)
     A=M_PI-asin(-sin(t)*cos(delta)/cos(beta)); /* III kvadrant */
    else
     A=2*M_PI+asin(-sin(t)*cos(delta)/cos(beta));/* IV kvadrant */
/* Odredjivanje duzine dana (z) u casovima (od izlaska do zalaska Sunca) */
if (-tan(delta)*tan(fi)<-1)
    {
    z=24;   /* polarni dan */
    }
else
 if (-tan(delta)*tan(fi)>1)
    {
    z=0;    /* polarna noc */
    }
 else
 {
    z=2*(acos(-tan(delta)*tan(fi)));   /* z u [rad] */
    z=z/(rad*15); /* z u [h] */
 }
/* Na izlazu su sve koordinate prikazane u stepenima  */
printf("\nugao deklinacije: delta = %f [stepen]",delta*180/M_PI);
printf("\ncasovni ugao: t = %f [stepen]",t*180/M_PI);
printf("\nugao azimuta: A = %f [stepen]",A*180/M_PI);
printf("\nugao altitude: beta = %f [stepen]",beta*180/M_PI);
printf("\nduzina dana je : %f [h]\n\n",z);
getch();
}
```