ODREDJIVANJE PROMENA STANJA VLAŽNOG VAZDUHA PARCIJALNIM RAZLIKAMA ENTALPIJE

Prof. ANDREJEVSKI Blagoje, dipl. ing.
ELEKTRO-MAŠINSKI FAKULTET,
Skoplje

Razlika entalpije vlažnog vazduha je funkcija dve promenljive veličine, temperature i apsolutne vlažnosti;

$$i = f(t, x)$$

i može se izraziti pomoću diferencijala entalpije

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_x dt + \left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)_t dx = (\partial i)_x + (\partial i)_t$$

gde su $(\partial i)_x$ i $(\partial i)_t$ parcijalni diferencijali entalpije za promene koje se dešavaju pri x = konst., odnosno t = konst.

Iz izraza za entalpiju vlažnog vazduha

$$i = 0{,}24t + x(597 + 0{,}46t)$$

vidi se da parcijalni diferencijali entalpije imaju konstantnu vrednost.

$$\text{Za } x = \text{konst.}: \quad (\partial i)_x = \left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_x dt = (0{,}24 + 0{,}46x)\, dt = \text{konst.}$$

$$\text{Za } t = \text{konst.}: \quad (\partial i)_t = \left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)_t dx = (0{,}46t + 597)\, dx = \text{konst.}$$

Unakrsnom derivacijom dolazi se do zaključka da su unakrsne parcijalne derivacije entalpije jednake

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = 0{,}46$$

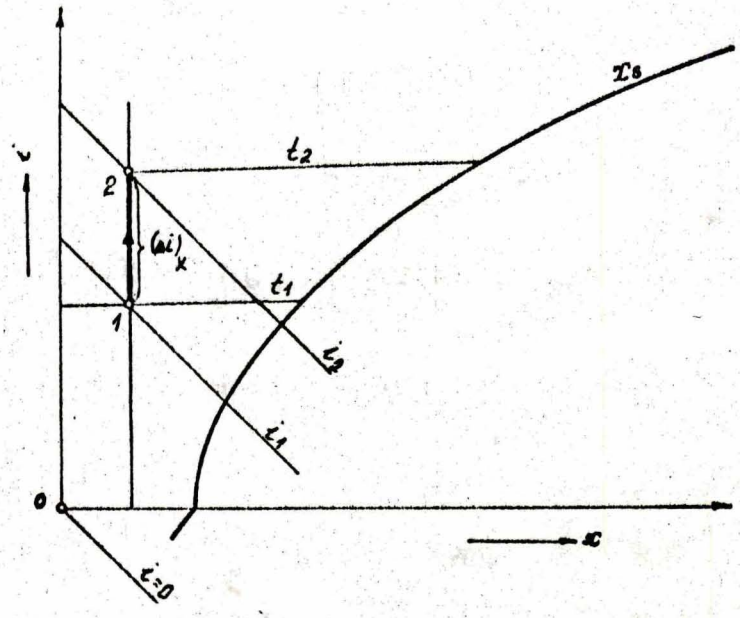
Što pretstavlja matematički dokaz, da je diferencijal entalpije totalan diferencijal, a da entalpija veličina stanja vlažnog vazduha čija razlika zavisi samo od krajnjih stanja a ne i od načina promene stanja, zavisi od procesa.

Za bilo koji priraštaj temperature $\Delta t = t_2 - t_1$ nezasićenog vlažnog vazduha, korespondentan parcijalan priraštaj entalpije, prema sl. 1 iznosi

$$(\Delta i)_x = (i_2 - i_1)_x = \left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)_x \Delta t = (0{,}24 + 0{,}46x)\ (t_2 - t_1)\ \left[\text{kcal/kg}\right]$$

Ovim izrazom je definisana toplina, koja treba da se dovede (1 + x) kilogramu nezasićenog vlažnog vazduha da bi mu se temperatura povećala za $\Delta t\,^{\circ}C$. Za ovu toplinu je usvojen naziv s e n z i b i l n a t o p l i n a, a za parcijalni priraštaj entalpije s e n z i b i l a n p r i r a š t a j e n t a l p i j e

$$(\Delta i)_x = (\Delta i)_s$$



Sl. 1 Senzibilan prirast entalpije $(\Delta i)_s$

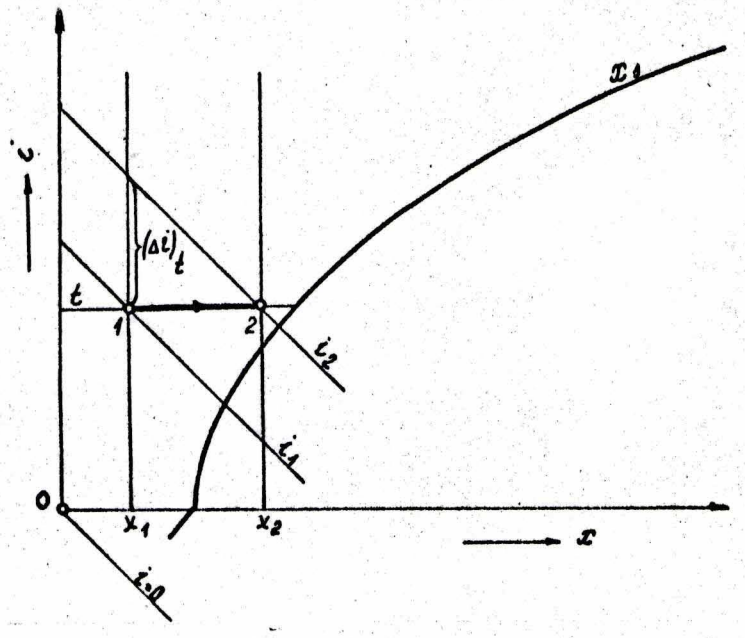
Bilo kom povećanju apsolutne vlažnosti $\Delta x = s_2 - x_1$ u nezasićenom vazduhu odgovara parcijalan priraštaj entalpije:

$$(\Delta i)_t = (i_2 - i_1) = \left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)_t \cdot \Delta x = (597 + 0{,}46t)\ (x_2 - x_1)\ \left[\text{kcal/kg}\right]$$

koji je pretstavljen na sl. 2.

Ovim izrazom je definisana toplina, potrebna za isparavanje Δx [kg/kg] vode od $0^{\circ}C$ i za pregrevanje nastale vodene pare do temperature $t^{\circ}C$. To je toplina koja treba da se potroši da bi se uvelo Δx [kg/kg] vode temperature $0^{\circ}C$ u vlažan vazduh temperature t, povećavajući mu vlažnost od x_1 na x_2 [kg/kg]. Pomenuta toplina je latentna toplina, a priraštaj $(\Delta i)_t$ latentan priraštaju entalpije (sl. 2).

$$(\Delta i)_t = (\Delta i)_e$$



Sl. 2 Latentan prirast entalpije $(\Delta i)_e$

Kod istovremenog povećanja vlažnosti za Δx i temperature za Δt, ukupni priraštaj entalpije nezasićenog vlažnog vazduha se dobija kao suma parcijalnih priraštaja.

$$\Delta i = (\Delta i)_{x_1} + (\Delta i)_{t_2} = (0,24 + 0,46\, x_1)\,(t_2 - t_1) +$$

$$+ (597 + 0,46\, t_2)\,(x_2 - x_1)$$

ili

$$\Delta i = (\Delta i)_{t_1} + (\Delta i)_{x_2} = (597 + 0,46\, t_1)\,(x_2 - x_1) +$$

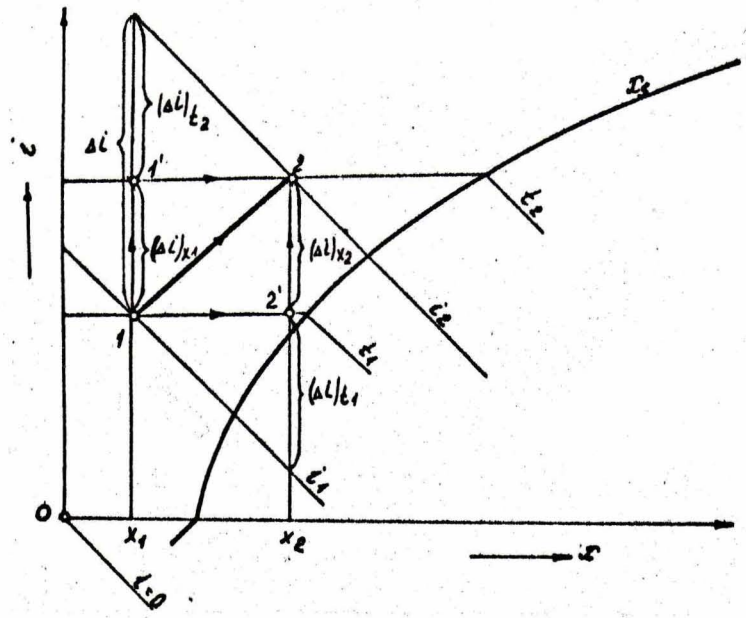
$$+ (0,24 + 0,46\, x_2)\,(t_2 - t_1)$$

Oba izraza daju jednu istu vrednost, jer je razlika entalpije nezavisna od toga, da li

se dolazi od početnog stanja 1 do krajnog stanja 2 preko prelaznog stanja 1′ ili 2′, sl. 3.

Senzibilan prirast entalpije, pozitivan ili negativan, nastaje kao rezultat dovodjenja ili odvodjenja topline vazduha u klimatizovanoj prostoriji, što se svodi uglavnom na sledeće izvore topline:

- sunčeva radijacija,
- transmisioni gubici ili dobici topline kroz pregradne površine,
- unutrašnji izvori: ljudi, osvetljenje, elektro-motori i dr.



Sl. 3 Ukupan priraštaj entalpije Δi

Za vreme pripreme klimatizovanog vazduha toplina se može dovoditi ili odvoditi u izmenjivačima topline (grejači ili hladnjaci). Ukupna senzibilna toplina Q_{12} izmenjena sa $G(1 + x)$ kg vlažnog vazduha, prema sl. 4, se izražava pomoću jednačina

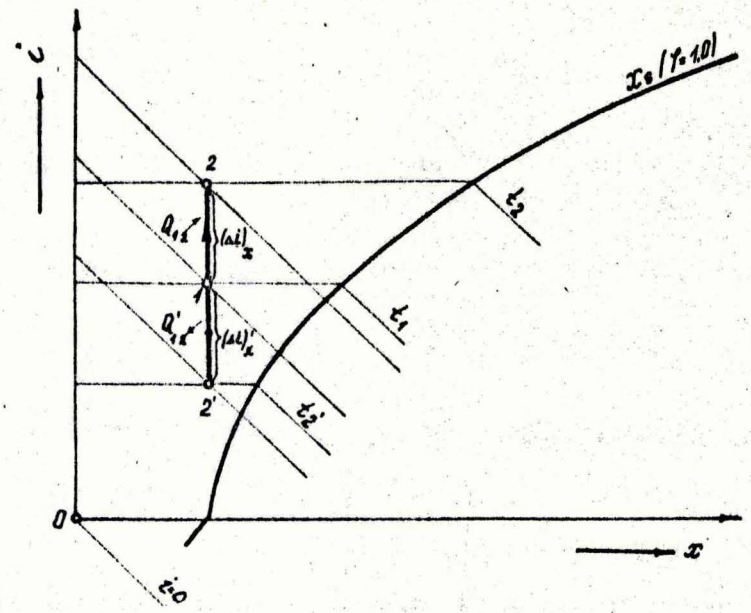
$$Q_{12} = G(\Delta i)_x = G(0,24 + 0,46x)\,(t_2 - t_1) > 0, \text{ za } t_2 > t_1,$$

$$Q'_{12} = G(\Delta i)' = G(0,24 + 0,46x)\,(t'_2 - t_1) < 0, \text{ za } t'_2 < t_1 .$$

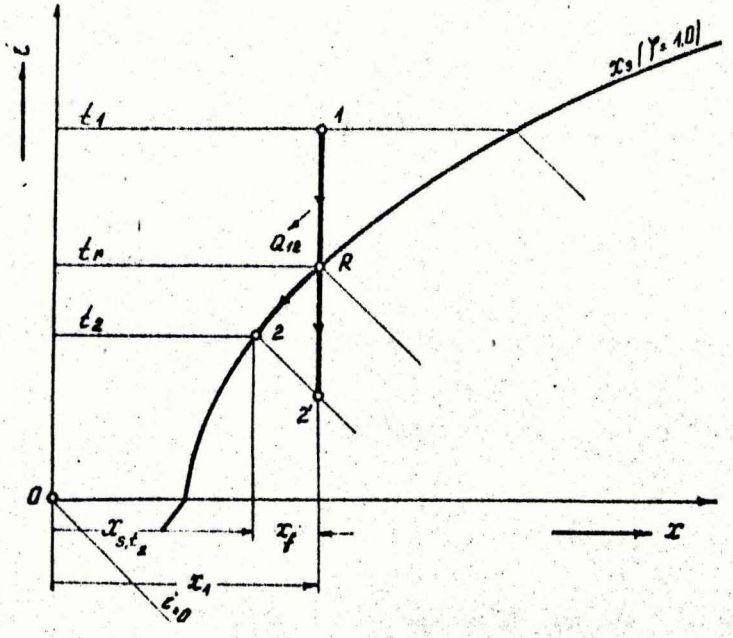
Ako je

$$t_2 < t_r ,$$

gde je t_r temperatura rošenja za sva stanja vlažnog vazduha na vertikali x_1 = konst., prelazi se u prezasićeno područje (stanje 2 na sl. 5).



Sl. 4 Dovodjenje senzibilne topline vlažnom vazduhu



Sl. 5 Hladjenje vlažnog vazduha ispod njegove temperature rošenja

Apsolutna vlažnost u tački 2′ je jednaka vlažnosti zasićenja na temperaturi t_2 (x_s , t_2) i nastaloj vodenoj magli x_f temperature t_2

$$x'_2 = x_1 = x_{s,\,t_2} + x_f$$

ili

$$x_f = x_1 - x_{s,\ t_2}$$

Ako se nastala vodena magla izdvoji iz prezasićenog vazduha ostaje vlažan vazduh temperature t_2, stanje 2.

Toplinsko-materijalni bilans ove promene je izražen jednačinom

$$Q_{12} = G\ (\ \Delta i + t_2 x_f) = G\ \Big[(0{,}24 + 0{,}46 x_{s,\ t_2})\ (t_2 - t_1) +$$

$$+ (597 + 0{,}46 t_1)\ (x_{s,\ t_2} - x_1) + t_2 x_f\ \Big]$$

Iznos $t_2 x_f$ je zanemarljivo mali i može se izostaviti.

Pri hladjenju vlažnog vazduha ispod njegove temperature rošenja dolazi ne samo do senzibilne već i do latentne promene entalpije, ukoliko se apstrahira kondenzovana vodena para, a uzima se u obzir samo vlažan vazduh do granice zasićenja.

Latentan priraštaj entalpije $(\Delta i)_t$, pri t = konst., nastaje ako se vlažnom vazduhu doda pregrejana para sa entalpijom, respektivno i sa temperaturom, koja je ravna entalpiji i temperaturi vodene pare u sastavu vlažnog vazduha:

$$i_{d,t} = i_w = 597 + 0{,}46 t \quad \left[\text{kcal}/\text{kg}_w\right]$$

Kao takva može da se tretira i vodena para nastala znojenjem ljudi u klimatizovanom prostoru.

Toplina unesena sa parom u vlažan vazduh naziva se latentna toplina, jer dovodi do latentnog povećanja entalpije vlažnog vazduha.

Ako se G [kg] u vazduha doda D [kg] vodene pare porast sadržaja vodene pare i porast entalpije vlažnog vazduha se računaju prema jednačini

$$Q_\ell = D \cdot i_{d,t} = G(\Delta i)_t$$

$$D(597 + 0{,}46t) = G(597 + 0{,}46t)\ (x_2 - x_1)$$

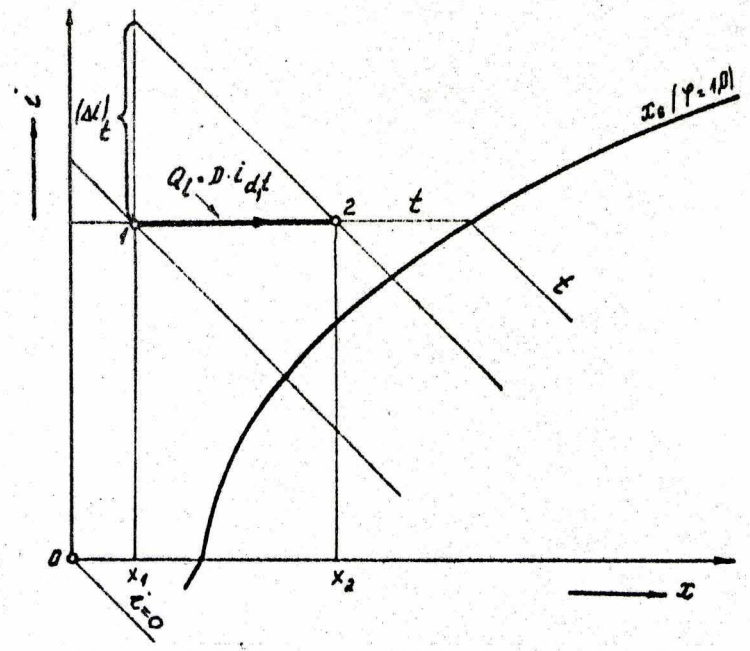
$$x_2 - x_1 = \frac{D}{G}$$

$$(\Delta i)_t = (x_2 - x_1)\, i_{d,t}$$

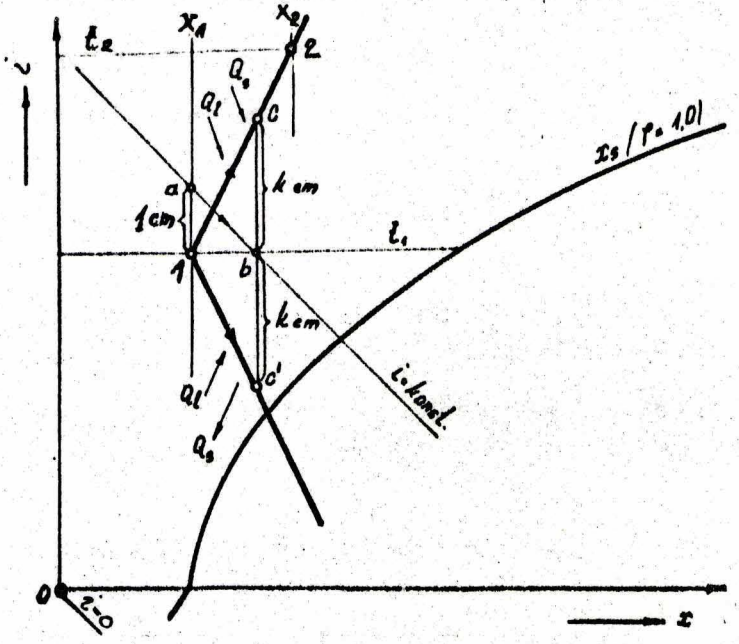
Opisana promena je data na sl. 6.

Kada se vlažnom vazduhu temperature t dovode istovremeno senzibilna toplina Q_s i latentna toplina Q_ℓ (uvodjenjem D [kg] vodene pare entalpije $i_{d,t}$) dolazi

do promene vlažnog vazduha, koja je prestavljena na sl. 7.



Sl. 6 Dovodjenje latentne topline vlažnom vazduhu



Sl. 7 Promena stanja vlažnog vazduha kod istovremenog dovodjenja ili odvodjenja senzibilne topline i dovodjenja vodene pare sa istom temperaturom kao vlažan vazduh, kad je poznato početno stanje

Toplinsko-materijalan bilans ove promene dat je jednačinama

$$Q = Q_s + Q_\ell = G\Delta i = G\left[(0,24 + 0,46x_1)(t_2 - t_1) + (597 + 0,46t_2)(x_2 - x_1)\right]$$

$$Q_s = G(\Delta i) = G(0,24 + 0,46x_1)(t_2 - t_1)$$

$$Q_\ell = G(\Delta i)_t = G(597 + 0,46t_2)(x_2 - x_1) = D.i_{d,t_2}$$

Ove jednačine odredjuje i krajnje stanje promene

$$t_2 - t_1 = \frac{Q_s}{G(0,24 + 0,46x_1)} \; ; \; x_2 - x_1 = D/G$$

Linija promene vlažnog vazduha može da se povuče kroz poznato početno stanje 1, odredjivanjem odnosa senzibilne i latentne topline

$$k = \frac{Q_s}{Q} = \frac{(\Delta i)_x}{(\Delta i)_t}$$

Iznad tačke 1, na liniji x_1 nanosi se dužina 1 cm. do tačke a. Ova tačka se projecira pravcem, paralelnim sa izentalpama u tačku b na izotermi t_1. Na liniji x_b = konst se nanosi dužina k [cm] i to:

- iznad tačke b, do tačke c, za $Q_s > 0$,
- ispod tačke b, do tačke c' za $Q_s < 0$.

Linija promene vlažnog vazduha prolazi kroz tačke 1 i c, odnosno 1 i c'.

Na sl. 8 je prestavljen način odredjivanja promene vlažnog vazduha, kada je poznato krajnje stanje promene, dato tačkom 2.

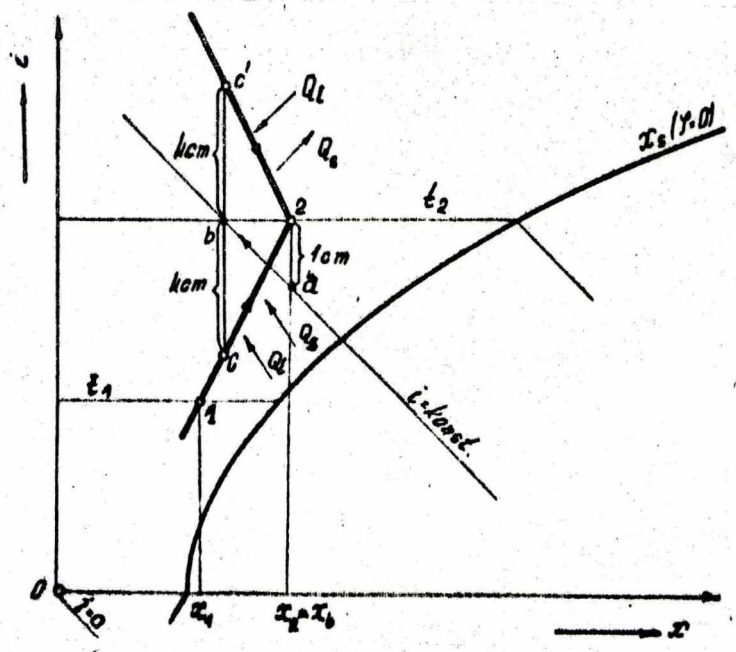
Ispod tačke 2 na liniji x_2 se nanosi 1 cm do tačke b. Projeciranjem ove tačke zrakom i = konst., na izotermu t_2 dobija se tačka b. Od tačke b, na liniji x_b se nanosi dužina k [cm] i to:

- ispod tačke b, do tačke c, za $Q_s > 0$;
- iznad tačke b, do tačke c', za $Q < 0$.

Linija promene vlažnog vazduha prolazi kroz tačke 2 i c, odnosno kroz 2 i c'.

Ako se G(1 + x) [kg] -u vlažnog vazduha temperature t, doda D kg pregrejane pare temperature

$$t_d > t_1$$



Sl. 8 Promena stanja vlažnog vazduha kao na sl. 7, kad je poznato krajnje stanje

i entalpije

$$i_d > i_{d,t_1}$$

toplina unesena sa pregrejanom parom može fiktivno da se podeli na dva dela i to:

- latentna toplina, koja dovodi do latentnog povećanja entalpije

$$Q_l = D \cdot i_{d,t_1} = D(597 + 0{,}46t_1) = G(597 + 0{,}46t_1)\,(x_2 - x_1) = G \cdot (\Delta i)_{t_1}$$

- senzibilna toplina, koja dovodi do senzibilnog porasta entalpije

$$Q_s = D(i_d - i_{d,t_1}) = G(0{,}24 + 0{,}46x_2)\,(t_2 - t_1) = G \cdot (\Delta i)_{x_2}$$

Pomoću izraza Q i Q, može da se odredi krajnje stanje vlažnog vazduha i da se postavi linija promene vlažnog vazduha

$$k = \frac{Q_s}{Q} = \frac{i_d - i_{d,t}}{597 + 0{,}46t_1} \approx \frac{0{,}46\,(t_d - t_1)}{597 + 0{,}46\,t_1}$$

na isti način kao na sl. 7.

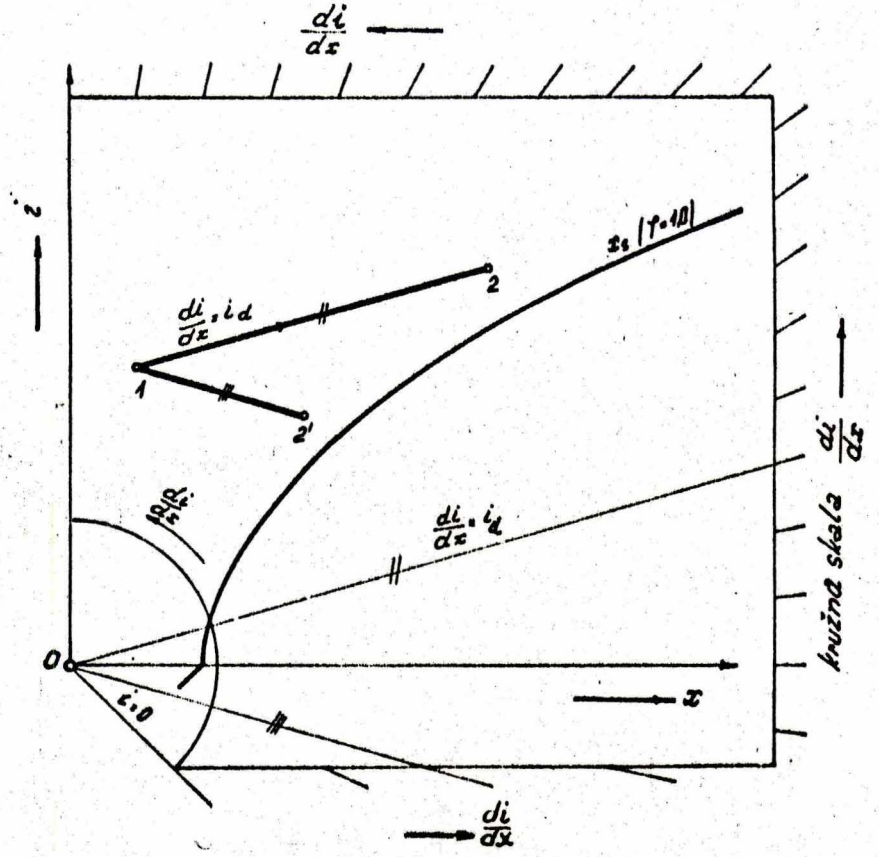
Obično, pravac promene stanja kod ubrizgavanja pregrejane vodene pare u vlažan vazduh se odredjuje u ix- dijagramu grafički, koristeći se gradijentom pravca promene stanja

$$\frac{di}{dx} = \frac{i_2 - i_1}{x_2 - x_1} = i_d$$

Do ovog izraza se dolazi pomoću jednačina toplinsko-materijalnog bilansa

$$G(i_2 - i_1) = Di_d; \quad G(x_2 - x_1) = D$$

Gradijenti pravaca su naneseni na kružnoj skali oko ix-dijagrama pod pretpostavkom, da je početno stanje u ishodištu dijagrama, dok se za druga početna stanja povlači pravac, paralelan sa pravcem kroz ishodište sa istim gradijentom, sl. 9.



Sl. 9 ix-dijagram sa skalom gradijenata pravca promena stanja zbog ubrizgavanja vodene pare i vode

Ista skala se može upotrebiti i za odredjivanje promena vlažnog vazduha kada se u njega ubrizgavaju W [kg] vode temperature t_w.

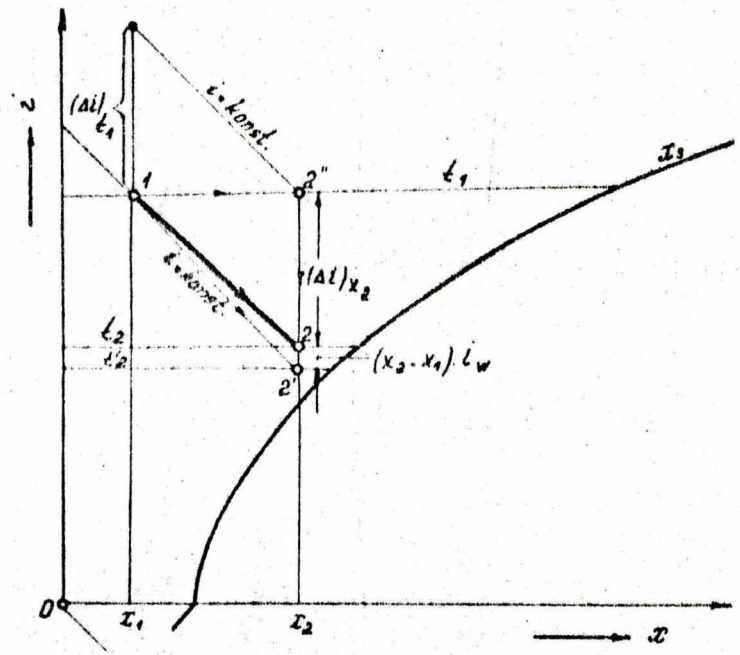
Od toplinsko-materijalnog bilansa

$$G(i_2 - i_1) = W \cdot i_w;\ G(x_2 - x_1) = W;\ \Delta i = i_2 - i_1 = \frac{W}{G} i_w = (x_2 - x_1)\, i_w$$

se dobija gradijent promene

$$\frac{di}{dx} = \frac{i_2 - i_1}{x_2 - x_1} = i_w \approx t_w \approx 0;\ i \approx \text{konst.}$$

Na sl. 10 je prestavljeno, a u daljnjem tekstu objašnjeno ubrizgavanje vode u vlažan vazduh pomoću parcijalnih promena entalpije.



Sl. 10 Ubrizgavanje vode u vlažan vazduh

Fakt, da promena entalpije ne zavisi od toga kojim putem se došlo od 1 do 2 nam dozvoljava pretpostavku da je promena išla po izotermi t_1 do 2", a zatim po liniji x_2 do 2.

Ubrizgavanjem vode u vlažan vazduh nastaje latentno povećanje entalpije za iznos

$$(\Delta i)_{t_1} = (597 + 0{,}46\, t_1)\,(x_2 - x_1) > 0$$

i istovremeno senzibilno smanjenje entalpije za iznos

$$(\Delta i)_{x_2} = (0{,}24 + 0{,}46\, x_2)\,(t_2 - t_1) < 0$$

Potrebna toplina za uvodjenje $(x_2 - x_1)$ $\left[kg_w/kg_v\right]$ vode u vlažan vazduh (za

isparavanje i pregrevanje do temperature t_1), respektivno za latentno povećanje entalpije se uzima od samog vlažnog vazduha u iznosu $(\Delta i)_{x_2}$ i neznatna količina $(x_2 - x_1)\, t_w$ od same vode. Posledica ovoga je senzibilno smanjenje entalpije, odnosno snižavanje temperature vlažnog vazduha.

$$(\Delta i)_{t_1} = (\Delta i)_{x_2} + (x_2 - x_1)\, t_w$$

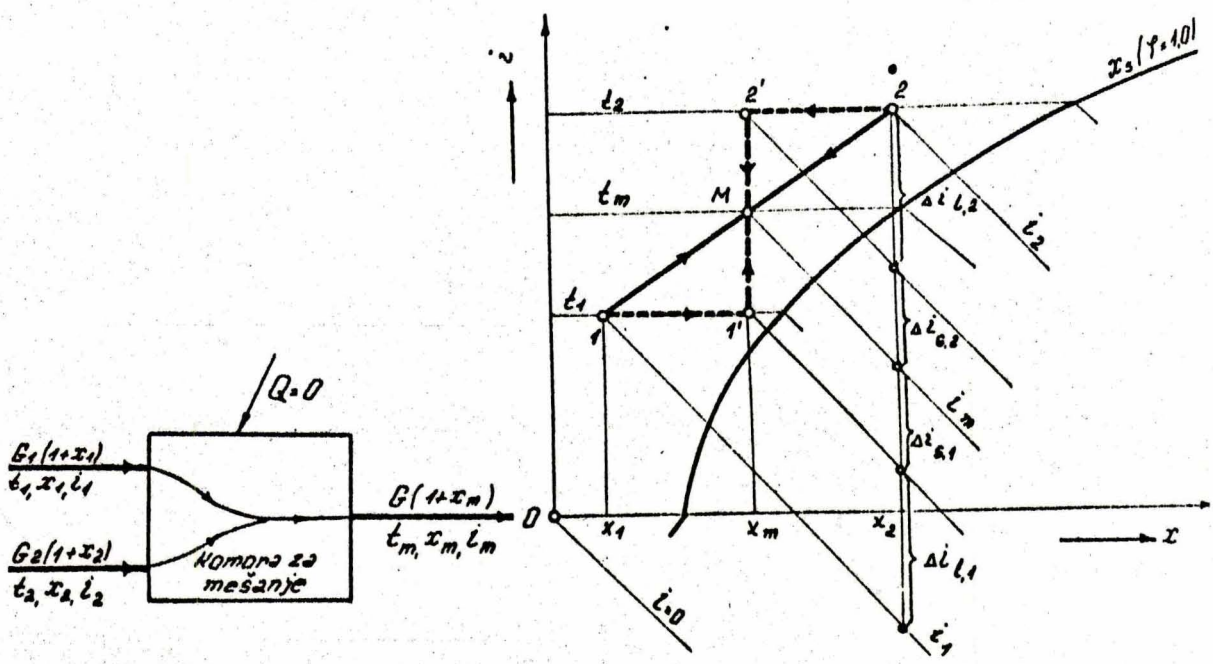
Ako se vlažan vazduh temperature 20°C u sadržine vodene pare 9 $[gr_w/kg_v]$ ubrizga 1 gr. vode temperature 15°C od zadnje jednačine može da se izračuna korespondentno smanjenje temperature vlažnog vazduha

$$(597 + 0{,}46\, t_1)\,(x_2 - x_1) = -\,(0{,}24 + 0{,}46\, x_2)\,(t_2 - t_1) + (x_2 - x_1)\, t_w$$

Za $x_2 - x_1 = 1.10^{-3}\ [kg_w/kg_v]$; $x_2 = 10.10^{-3}\ [kg_w/kg_v]$; $t_w = 15°C$

$$t_1 - t_2 = \text{cca } 2{,}33°C.$$

Parcijalne promene entalpije vlažnog vazduha olakšavaju izražavanje bilansa mešanja dveju vazdušnih struja i odredjivanje parametara mešavine, prema sl. 11.



Sl. 11 Mešanje dveju vazdušnih struja, prestavljeno pomoću parcijalnih promena entalpija

Stanje mešavine nastale mešanjem struja stanja 1 i 2 nalazi se na spojnici u tački M. Možemo da zamislimo da su promene stanja dveju struja išle preko prelaznih stanja 1′ i 2′.

Apsolutne vrednosti parcijalnih promena entalpije su jednake

$$G_1 \left| (\Delta i)_{s,1} \right| = G_2 \left| (\Delta i)_{s,2} \right| ; \; G_1 \left| (\Delta i)_{e,1} \right| = G_2 \left| (\Delta i)_{e,2} \right|$$

Odatle

$$\frac{\left| (\Delta i)_{s,1} \right|}{\left| (\Delta i)_{s,2} \right|} = \frac{\left| (\Delta i)_{e,1} \right|}{\left| (\Delta i)_{e,2} \right|} = \frac{G_1}{G_2}$$

$$\frac{(597 + 0{,}46 t_1)(x_m - x_1)}{(597 + 0{,}46 t_2)(x_2 - x_m)} = \frac{G_1}{G_2}$$

$$\frac{(0{,}24 + 0{,}46 x_m)(t_m - t_1)}{(0{,}24 + 0{,}46 x_m)(t_2 - t_m)} = \frac{t_m - t_1}{t_2 - t_m} = \frac{G_1}{G_2}$$

Iz dobivenih izraza se lako odrede x_m i t_m.