

# MATEMATIČKO MODELIRANJE I SIMULACIJA KRIOGENOG RAZMENJIVAČA TOPLOTE

## MATHEMATICAL MODELING AND SIMULATION OF CRYOGENIC HEAT EXCHANGER

ALEKSANDAR SIĆOVIĆ,  
Le-tehnika, Kranj, Slovenija, i  
DRAGUTIN DEBELJKOVIĆ,  
Mašinski fakultet, Beograd

*Rad se bavi modelovanjem, identifikacijom i simulacijom jednog kriogenog razmenjivača toplote. Pošlo se od predložene strukture matematičkog modela kriogenog razmenjivača toplote datog u obliku nelinearnog sistema diferencijalnih jednačina sa nepoznatim parametrima. Jednačine su dobijene na osnovu materijalnog i energetskog bilansa za nestacionarni uslov rada razmenjivača toplote.*

*Termodinamičke veze veličina stanja definisane su na osnovu odgovarajućih tabela. Nepoznati parametri modela određeni su na osnovu eksperimentalnih podataka, teorije sličnosti i parametarske identifikacije. Sa procenjenim parametrima, a u cilju provere valjanosti modela, izvršena je simulacija modela razmenjivača toplote. Poređenjem vrednosti odgovarajućih promenljivih dobijenih simulacijom i merenjem u procesu, konstatovano je dobro slaganje modela i procesa.*

*The paper deals with modeling, identification and simulation of one cryogenic heat exchanger. One starts from suggested structure of cryogenic heat exchanger mathematical model given in form of nonlinear system of differential equations with unknown parameters.*

*The equations are obtained on the basis of material and energy balance for unsteady condition of the heat exchanger operation. Thermodynamical connections of the state value are defined according to corresponding tables. Unknown model parameters are defined on the basis of experimental data, theory of similarity and parametric identification. With estimated parameters, in order to verifying the model validity, the simulation of heat exchanger model is carried out. By comparing the values of corresponding variables obtained by simulation and measurement in process, good agreement of model and process is stated.*

**Ključne reči:** kriogeni razmenjivač toplote; simulacija; matematičko modeliranje; hladnjak

**Key words:** cryogenic heat exchanger; simulation; mathematical modeling; refrigerator

### 1. Uvod

Razmatrani sistem predstavlja kriogeni hladnjak čija je osnovna namena održavanje zahtevane temperature, infracrvenog detektora, koja se kreće u granicama od

77 K do 100 K. Postoje dva tipa hladnjaka: samoregulišući (pasivno regulisani) hladnjaci i aktivno kontrolisani hladnjaci, prikazani na sl. 1.1 i 1.2.



*Slika 1.1. Samoregulišući hladnjaci*

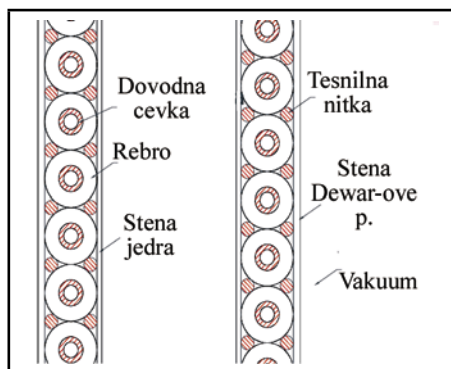
U ovom radu postavimo matematički model samoregulišućeg hladnjaka i prikazati njegov rad pomoću interfejsa programa LABVIEW.

### 1.1. Tehnički opis hladnjaka

Hladnjak, kako se često naziva Džul–Tomsonov, primenjuje se u vojnoj tehnici, policijskim i vatrogasnim uređajima (infracrvenim) kamerama, kao i kod superprovodnika u elektronici. Njegova konstrukcija mora odgovarati zahtevanim uslovima ugradnje, veoma malom prostoru, te su i njegove dimenzije veoma male, prečnika oko 5–11 mm, a dužine 41–51 mm. Po konstrukciji može biti cilindričan i koničan. Prema broju redova cevi oko kojih struji rashladni fluid može biti jednoredni ili dvoredni. Hladnjak se sastoji iz sledećih osnovnih elemenata: razmenjivača toplote, mlaznice i regulatora. Razmenjivač toplote, prikazan na sl. 1.3 i 1.4 deo je Džul–Tomsonovog hladnjaka, čija je svrha da se u njemu ohladi rashladni fluid (azot, argon, vazduh) na određenu temperaturu koju diktira uređaj koji se hladi, a koji se utiskuje sa donje strane Dewar-ove posude.



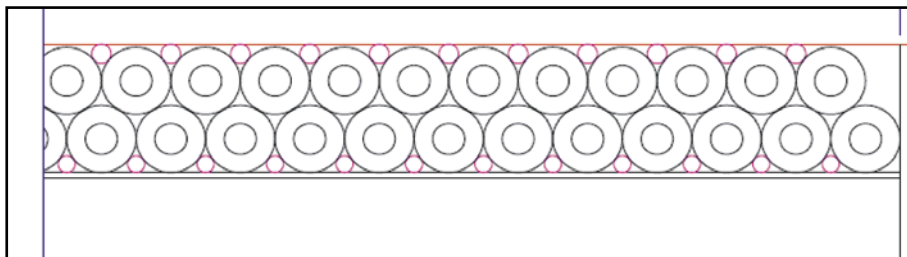
*Slika 1.2. Aktivno kontrolisani hladnjaci*



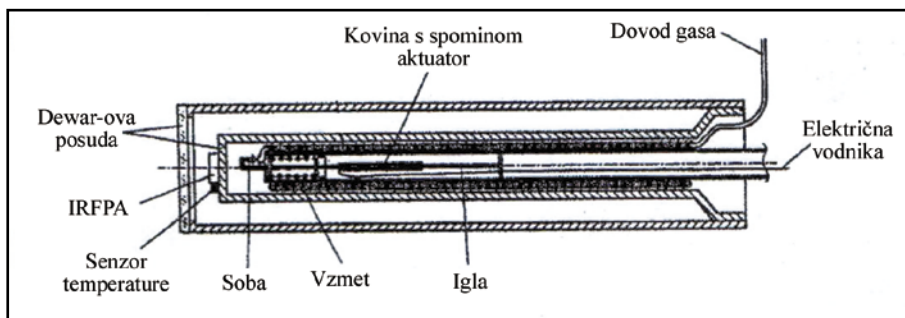
*Slika 1.3. Shema jednorednog toplotnog razmenjivača (samo jedna strana)*

Njegova spoljašnja površina je orebrana, da bi se na taj način povećala površina za razmenu toplote. Rebra se mašinskim putem namotavaju na cev, a zatim se cev sa rebrima propušta kroz zagrejani tunel na temperaturu od 60°C. Tako se ostvaruje sa-

svim dobra veza cev–rebro. Karakteristično za ovaj hladnjak je da isti fluid struji i sa spoljašnje i sa unutrašnje strane. Da bi se sprečili gubici u okolinu, hladnjak je izolovan uz pomoć tzv. Dewar-ove posude, prikazane na sl. 1.5.



Slika 1.4. Shema dvorednog toplotnog razmenjivača (samo jedna strana)

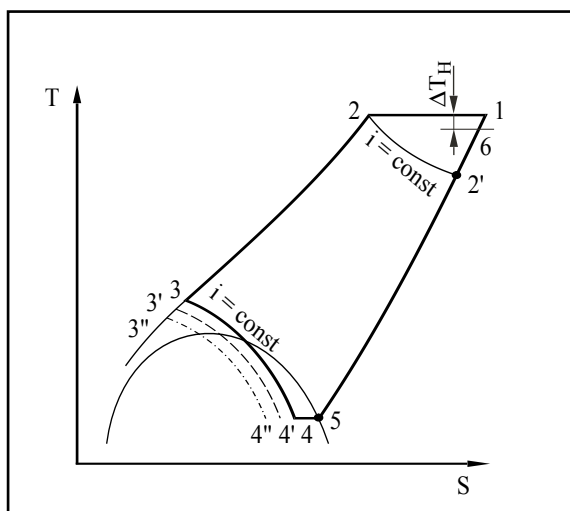


Slika 1.5. Dewar-ova posuda

Sila utiskivanja hladnjaka u Dewar-ovu posudu je tačno određena i propisana te bilo koje odstupanje dovodi do neželjenih gubitaka. Ne razmenjuje se zahtevana toplota. Zadatak Dewar-ove posude je i da se između jedra i nje obezbedi povratno strujanje.

Dewar-ova posuda je višeslojnog cilindričnog oblika, napravljena od dva sloja stakla, debljine 1–2 mm između kojih se nalazi vakuum, takođe 3–5 mm. Vakuum je izolacioni materijal koji sprečava dobitke iz okoline usled konvekcije. Sa spoljašnje strane, prema okolini, preko stakla je nanesen tanak film aluminijuma ili nekog drugog materijala, koji sprečava dobitke usled zračenja. Na taj način sva toplota koja se razmenjuje razmenjuje u razmenjivaču toplote.

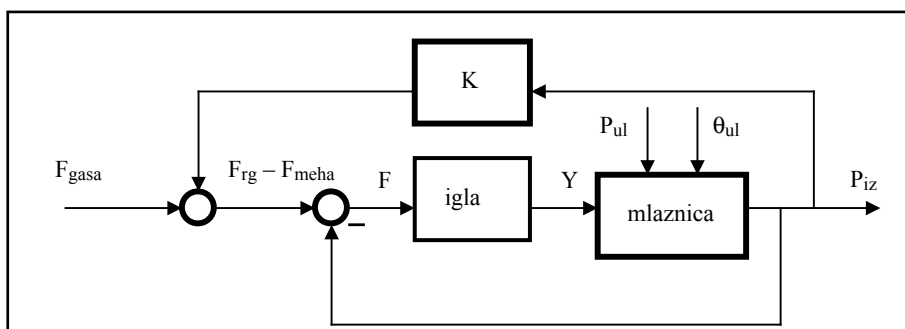
Zaptivač ima dvojaku ulogu. Prva je da dobro zaptiva vezu razmenjivača i Dewar-ove posude, a druga, mnogo značajnija, da obezbedi strujanja gasa oko rebara, tj. da je gas uvek u kontaktu sa rebrima, da nema nepotrebnog strujanja u prostoru između rebara (u tom prostoru nema razmene toplote). U jedru se nalazi regulator. Regulator, na osnovu promene pritiska u mehu, koji je posledica promene temperature gasa u regulatoru, otvara i zatvara mlaznicu. Nedostaci ovih hladnjaka su: osetljivost na mehaničke vibracije, nečistoće, komplikovana i skupa izrada, zahtevana čistoća upotrebljenog tehničkog gasa, skupa izrada, te regulacija na jednom unapred zadatom temperaturnom nivou. Prednost je u tome što ne zahteva dodatni spoljašnji regulacioni sistem i električno napajanje.



Slika 1.6. Termodinamički ciklus rada hladnjaka J-T

Na slici 1.6 prikazan je termodinamički ciklus rada hladnjaka J-T. Proces 2-3 ulazna strana u razmenjivač – strujanje u cevi; proces 3-4 mlaznica (prigušenje – Džul-Tomsonov efekat hlađenja); proces 4-5 dobitak toplote uređaja koji se hladi na zahtevanoj temperaturi (100 K); proces 5-6 izlazna strana razmenjivača – strujanje oko orebrenih cevi; proces 6-7 izgubljena energija (predata okolini).

Na slici 1.7 prikazana je strukturno-funkcionalna šema.



Slika 1.7. Strukturno-funkcionalna šema hladnjaka

## 2. Matematičko modeliranje i simulacija pasivno regulisanog J-T hladnjaka

Prilikom modelovanja kriogenog hladnjaka, pošlo se od sledećih idealizacija i pretpostavki:

1. Sa dovoljnom tačnošću mogu se stvarne vrednosti fizičkih veličina koje određuju strujanje zameniti njihovim srednjim vrednostima u preseku.
2. Cevovod je kruto nedeformabilno telo.
3. Strujanje fluida je jednodimenzijnsko.
4. Entalpije radnih fluida mogu se izraziti preko odgovarajućih temperatura.
5. Njutnov zakon o prelazu toplote dovoljno tačno određuje razmenjenu toplotu između radnog fluida u nestacionarnim stanjima.
6. Koefficient prelaza toplote sa fluida 1 na pregradu  $\alpha_{1pr}$  i sa pregrade na fluid 1,  $\alpha_{pr1}$  ima konstantnu vrednost.

7. Koeficijent provođenja toplote  $\lambda$  ima konstantnu vrednost.
8. Koeficijent prolaza toplote  $k_{12}$  ima konstantnu vrednost.
9. Toplotni otpor zida razmenjivača zanemarljivo je mali.
10. Specifične toplote gasovitih radnih fluida imaju konstantne vrednosti.
11. Provođenje toplote kroz zid razmenjivača je jednodimenzijnsko.
12. Specifična toplota zida i njegov koeficijent provođenja toplote konstantnih su vrednosti.
13. Temperatursko polje fluida u cevi je jednodimenzijnsko.
14. Temperatursko polje zida cevi je jednodimenzijnsko.
15. Koeficijent prelaza toplote, sa obe strane, funkcija je samo brzine strujanja radnih medijuma.
16. Termodinamičke relacije, koje povezuju osnovne veličine stanja, mogu se sa dovoljnom tačnošću iskoristiti i za nestacionarne radne režime.

### Visokopritisna strana razmenjivača

Osnovne bilansne jednačine glase:

$$V_{VP} \frac{d\rho_{VPi}(t)}{dt} = G_{VPu}(t) - G_{VPi}(t) \quad (1)$$

$$V_{VP} \frac{d(\rho_{VPi}(t)i_{VPi}(t))}{dt} = G_{VPu}(t)i_{VPu}(t) - G_{VPi}(t)i_{VPi}(t) - Q(t) \quad (2)$$

### Niskopritisna strana razmenjivača

Osnovne bilansne jednačine glase:

$$V_{NP} \frac{d\rho_{NPi}(t)}{dt} = G_{NPu}(t) - G_{NPi}(t) \quad (1)$$

$$V_{NP} \frac{d(\rho_{NPi}(t)i_{NPi}(t))}{dt} = G_{NPu}(t)i_{NPu}(t) - G_{NPi}(t)i_{NPi}(t) + Q(t) \quad (2)$$

### Detektor

Osnovne bilansne jednačine za Dewar-ovu posudu glase:

$$V_{DP} \frac{d\rho_{DPi}(t)}{dt} = G_{DPu}(t) - G_{DPi}(t) = G_{VPi}(t) - G_{NPu}(t) \quad (1)$$

$$V_{DP} \frac{d(\rho_{DPi}(t)i_{DPi}(t))}{dt} = G_{NPu}(t)i_{NPu}(t) - G_{NPi}(t)i_{NPi}(t) + Q_{iz}(t) + Q_{rg}(t) \quad (2)$$

pri čemu je:

$Q_{iz}(t)$  – toplotni gubitak hladnjaka,

$Q_{rg}(t)$  – toplota koja se oduzima od regulišućeg gasa, da bi se on ohladio i zatvorio mlaznicu.

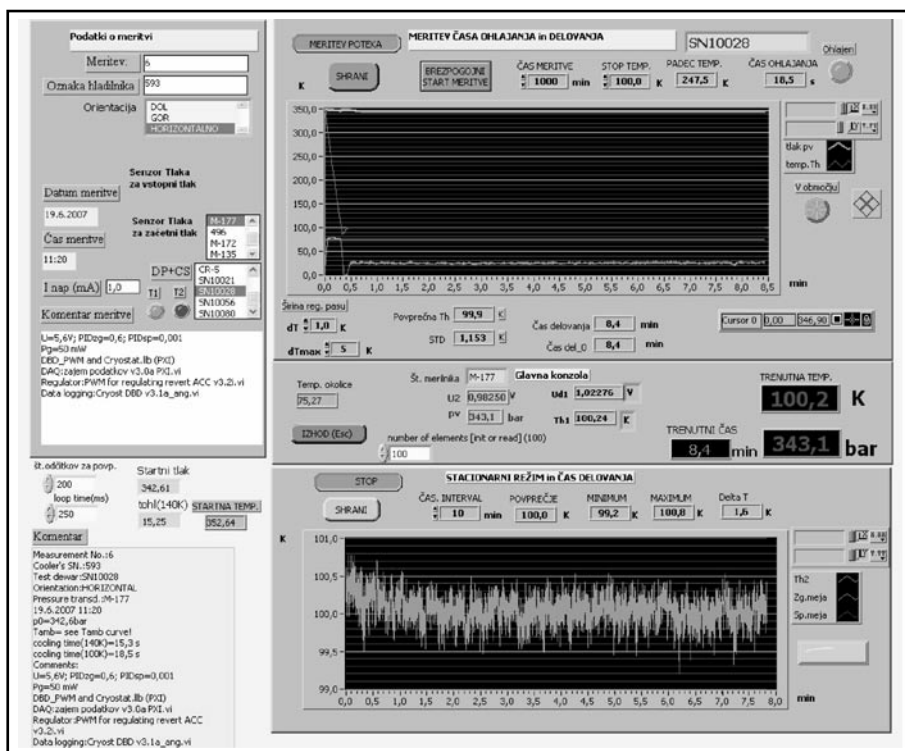
## Regulišći gas

$$\frac{d(V_{RG}(t)\rho_{RG}(t)i_{RG}(t))}{dt} = Q_{ok}(t) - Q_{rg}(t)$$

Iz prethodnih jednačina vidi se da je pomenuti model hladnjaka nelinearan i sedmog reda. Izlazna veličina ovoga sistema je  $\theta_{DPI}(t)$ , tj. temperatura na izlazu iz Dewar-ove posude.

Posle linearizacije, koja se zbog svoje preobimnosti ovde izostavlja, može se formirati model u prostoru stanja.

Na osnovu programske podrške paketa LABVIEW, na sl. 1.9, prikazan je način simulacije rada hladnjaka, a na sl. 1.8 interfejs merenja zahtevanih veličina.



Slika 1.8. Interfejs programa LABVIEW

### Temperature and pressure versus time for regulated JT minicooler

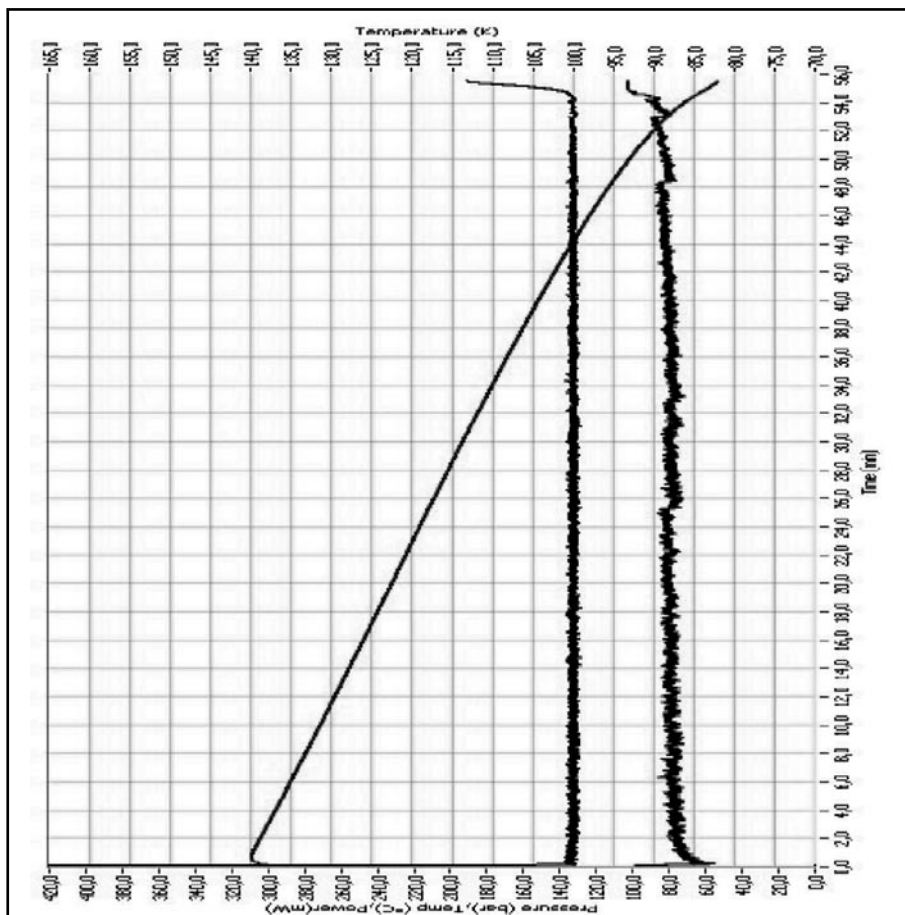
Merenje: 1; Oznaka hladnjaka: vz 43; Dewar-ova posuda: SN10028; orijentacija: DOL

Senzor pritiska - pv: M-135 senzor pritiska - p0:

p0 = 350,6 bar; Tok = 26°C; tohl (140K) = 7,2 s; tohl (100K) = 10,0 s; Th = 100,01°C

STD = 0,257 K; tdel = 54,9 min; Th max = 101,0 K; Th min = 98,9 K;

Komentar:  
 PIDzg,lim = 0,95; PIDsp = 0,05  
 Uusm = 5,6V Pg = 50 mW; V = 0,15 L  
 zajem: zajem podatkov v2.0 PCI  
 regul.: PWM for regulating revert ACC v3.3



Slika 1.9. Simulacija rada hladnjaka

### 3. Zaključak

Počevši od materijalnog i energetskog bilansa uz odgovarajuće pretpostavke, došlo se do strukture modela kriogenog hladnjaka sa nepoznatim parametrima. Ti parametri su identifikovani korišćenjem optimizacionih tehnika koje su primenjene u softverskom paketu LABVIEW. Rezultati identifikacije i simulacije modela pokazali su da je dobijen model koji zadovoljava ponašanje realnog objekta. Ovaj model možemo koristiti za dalje proučavanje hladnjaka, kao i za sintezu sistema upravljanja.

kgH