

# Problemi turbulentne razmene i procesa mešanja u homogenim i heterogenim hidromehaničkim sistemima

Prof. dr Svetislav Čantrak, dipl. inž.,  
Mašinski fakultet, 27. marta 80, Beograd

*Istraživanje turbulentnog prenosa i fizičkih osnova mehanizma mešanja u različitim hidrodinamičkim sistemima obuhvata niz aktuelnih problema strujne tehnike, od kojih se ovde navode sledeći: turbulentna razmena i prenos toplote u aparatima sa mešalicama; fizičke osnove hidrodinamike mešanja u homogenim i heterogenim sredinama; prenos toplote i hidrodinamika mešanja u sistemima tečnost-tečnost, tečnost-čvrsta faza, gas-tečnost i gas-čvrste čestice; problemi pri mešanju veoma viskoznih i nenjutnovskih fluida. U ovom radu se razmatraju opšte jednačine turbulentnog prenosa, istražuje struktura strujnog polja, analiziraju modeli turbulentne razmene u procesima mešanja i pokazuje mogućnost inženjerskog proračuna.*

## 1. Uvod

Turbulentni prenos i struktura turbulentnog brzinskog polja u najvećem broju slučajeva određuje prirodu i tok mnogih fizičkih procesa. Mehanizam turbulentne razmene igra odlučujuću ulogu pri odvijanju strujnih, toplotnih, difuzionih i magnetohidrodinamičkih procesa kako u homogenim, tako i u heterogenim sistemima. Njihovo eksperimentalno istraživanje i fizičko-matematičko modeliranje u uređajima i sistemima procesnog inženjerstva predstavljaju aktuelne probleme strujne tehnike. Kvalitet formiranih metoda proračuna prenosa materije, količine kretanja i energije verifikuje se odgovarajućim testovima i rezultatima dobijenim pri ispitivanju realnih sistema. Pritom se javljaju problemi laminarnih i turbulentnih stacionarnih i nestacionarnih strujanja, kao i problemi izotermkih i neizotermkih strujanja nestišljivih i stišljivih fluida, pri čemu sistemi mogu da budu homogeni i heterogeni sa odvijanjem određenih hemijskih reakcija.

Istraživanje nabrojanih strujno-termodinamičkih procesa značajno je za sve oblasti energetike, procesne tehnike, tehnologije i hemijskog inženjerstva, termotehnike i zaštite okoline od zagađenja. Navedeni procesi najčešće se odvijaju u cevima, kanalima, konvergentnim i divergentnim mlaznicama i u složenim geometrijama sa naglim proširenjima i suženjima. Ova unutrašnja strujanja su ne samo turbulentna, već i vihorna i recirkulaciona. To znatno usložnjava fizičko-matematičke modele i otežava konkretne, inženjerske proračune.

Procesi mešanja, kao način intenzifikacije hemijsko-tehnoloških reakcija i hidromehaničkih operacija, spadaju u najrasprostranjenije metode za formiranje hidromehaničkih sistema određenih struktura. Fizički posmatrano, mehanizam mešanja je vrlo složen i obuhvata različite pojave: homogenizaciju polja koncentracije, temperature i raspodele disperzivne faze; hemijske reakcije, smanjivanje i iščezavanje kapljica i mehurova; disperziju i mešanje na mikronivou; razmenu toplote, materije i količine kretanja na granicama tečnost-telo i unutrašnji uređaji aparata sa mešalicama; turbulentnu razmenu na graničnim površinama tečnost-čvrste čestice, tečnost-tečnost (kapljice) i gas-tečnost (kapljice). Ovi procesi su određeni kako mikrorazmerama strujnog polja u aparatima, tako i mikrorazmerama i strukturom turbulentnog polja. Uspešnost projektovanja aparata i uređaja za mešanje zavisi od stepena poznavanja strujnog polja i mehanizma turbulentne razmene toplote, materije i količine kretanja u ovakvim sistemima.

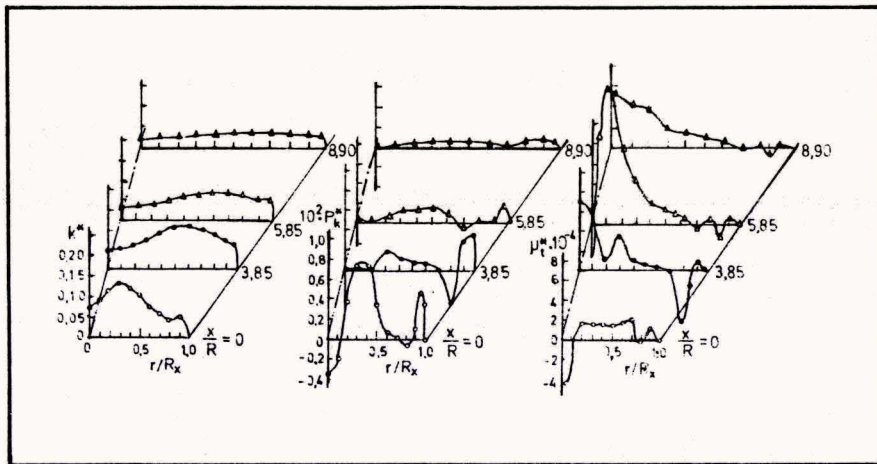
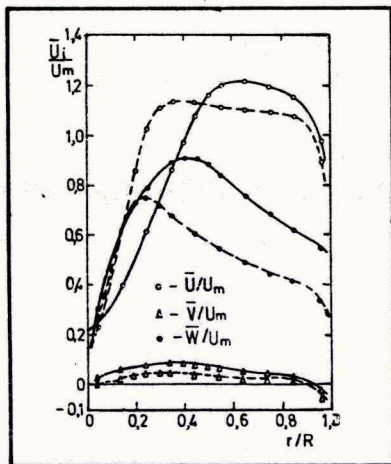
Cilj ovog rada je da se eksperimentalno i teorijski istraže i analiziraju izvesni problemi turbulentne razmene i procesa mešanja u uređajima i aparatima procesnog mašinstva.

## 2. Turbulentni prenos i njegovo modeliranje u slučajevima različitim hidromehaničkih sistema

Opšta diferencijalna jednačina prenosa uopštene zavisno promenljive veličine  $\Phi$  može se prikazati u obliku [1]:

$$\alpha(\rho\Phi)/\partial t + \text{div}(\rho\vec{u}\Phi) = \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad}\Phi) + S_{\Phi} \quad (1)$$

pri čemu su:  $\Gamma_{\Phi}$  – uopštene, tj. generalisani koeficijent prenosa čija struktura, tj. oblik zavisi od toga koju fizičku veličinu predstavlja promenljiva  $\Phi$  i  $S_{\Phi}$  – generalisani, tj. uopštene članovi koji opisuju izvore i ponore polja veličine  $\Phi$ , tj. koji obuhvataju njenu produkciju i disipaciju. Zavisno promenljiva veličina  $\Phi$  predstavlja različite veličine: komponente brzinskog polja, kinetičku energiju turbulentnih fluktacija  $k$ , brzinu disipacije kinetičke energije turbulencije  $\varepsilon$ , entalpiju  $h$ , temperaturu  $T$ , koncentraciju  $C$ ,  $i$ -te komponente ili faze u slučaju višekomponentnih ili višefaznih sistema, korelacione momente u turbulentnom polju i drugo. Pritom koeficijent prenosa odnosno difuzije  $\Gamma_{\Phi}$  i izvori  $S_{\Phi}$  imaju tačno definisane oblike za svako konkretno značenje veličine  $\Phi$ . Članovi u uopštenoj diferencijalnoj jednačini (1) redom opisuju lokalnu promenu veličine  $\Phi$ , njen konvektivni i difuzioni prenos i njenu produkciju. Difuzija je predstavljena divergencijom gradijenta promenljive  $\Phi$  i svi drugi oblici jednačine prenosa, tj. svi ostali članovi zakona prenosa sadržani su u generalisanom izvoru  $S_{\Phi}$ , koji obuhvata uopštene procese generisanja (proizvodnje, produkcije) i disipacije veličine u različitim hidromehaničkim sistemima.



Slike 1. i 2.

Primenom Reynoldsove statistike  $\tilde{f} = \bar{F} + f$ , gde su  $\bar{F}$  - vremenski osrednjena i  $f$  - fluktuaciona komponenta trenutne vrednosti fizičke veličine  $\tilde{f}$ , dobijaju se jednačine održanja materije i količine kretanja za trodimenzionalno turbulentno strujanje mešavine gas-čvrste čestice pod pretpostavkama datim u [2]:

$$\partial_j(\rho \bar{V}_j) = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \partial_j(\rho \bar{V}_i \bar{V}_j) &= \\ &= \partial_j[-\bar{P} \delta_{ij} + \mu(\partial_j \bar{V}_i + \partial_i \bar{V}_j) - \rho \bar{v}_i \bar{v}_j] + \bar{S}_v \end{aligned} \quad (3)$$

gde su:

- $\bar{v}_i = \bar{V}_i + v_i$  - komponente brzine strujanja gasa,
- $S_v$  - srednji izvor ili ponor količine kretanja u  $i$ -tom koordinatnom pravcu usled prisustva čestica, tj. usled razmene količine kretanja između fluida i čestica,
- $\delta_{ij}$  - Kronekerov simbol,
- $\partial_j g = \partial g / \partial x_j$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  i  $x_{1,2,3} = x, y, z$  - Dekartove pravouglove koordinate.

Napominje se da su članovi  $\bar{S}_v$  definisani zbirom sila otpora svih čestica koje prolaze kroz odgovarajuću kontrolnu zapreminu. Dakle, veličine  $S_{v_i}$  se određuju na osnovu rešenja jednačine kretanja čestica, a Reynoldsovi naponi na osnovu prihvatanja određenog modela turbulencije. To su uslovi da bi se sistem jednačina (2) - (3) rešio.

Prihvatanjem dvoparametarskog disipativnog modela turbulencije potrebno je iz (1), tj. pomoću jednačina (2) i (3) odrediti jednačine za kinetičku energiju turbulentnih fluktuacija  $k = \bar{v}_i \bar{v}_i / 2$  i za disipaciju kinetičke energije turbulencije  $\varepsilon = \nu(\partial_j v_i)^2$ . Pri tom se u tim jednačinama pojavljuju dopunski članovi:

$$\bar{S}_k = \overline{s_v v_i} \quad \text{i} \quad \bar{S}_\varepsilon = \overline{\mu(\partial_i s_v)(\partial_i v_i)}, \quad (4)$$

koji u odnosu na jednokomponentni ili jednofazni hidromehanički sistem predstavljaju izvore ili ponore kinetičke energije turbulencije  $S_k$  i njene disipacije  $S_\varepsilon$  usled prisustva čestica. Veličine (4) su posledica dejstva fluktuacionih komponenti i njihovih gradijenata u strujnom polju. Izvori i

ponori količine kretanja  $S_v$  i kinetičke energije turbulencije  $S_k$  izračunavaju se na osnovu rešenja jednačina kretanja čestica, dok se izvor disipacije  $S_\varepsilon$  modelira. Osnova  $k$ - $\varepsilon$  modela turbulencije zasniava se na Businesskovom konceptu turbulentne viskoznosti, što znači da su Reynoldsovi naponi u (3) modelirani izrazom:

$$-\rho v_i v_j = \mu_t(\partial_j \bar{V}_i + \partial_i \bar{V}_j) - (2/3)\rho k \delta_{ij}. \quad (5)$$

Turbulentna viskoznost  $\mu_t$  se određuje posredstvom kinetičke energije turbulencije i njene disipacije kao:

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad \text{ili} \quad \mu_t \sim \rho k^{-1/2} L, \quad (6)$$

gde  $L$  označava dužinu makroskale turbulencije, a  $C_\mu$  je konstanta datog modela.

Model turbulentnosti definisan jednačinama (1) - (6) omogućava da se jednačine za  $k$  i  $\varepsilon$  napišu u obliku [3]:

$$Dk/Dt = \rho^{-1} \partial_i[(\mu_t / \sigma_k) \partial_i k] + P_k - \varepsilon + S_k, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} D\varepsilon/Dt &= \rho^{-1} \partial_i[(\mu_t / \sigma_\varepsilon) \partial_i \varepsilon] + \\ &+ (\varepsilon / k)(C P_k - C \varepsilon) + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (8)$$

pri čemu je veličina  $P_k$  definisana relacijom

$$\begin{aligned} P_k &= v_i [2(\partial_i \bar{V}_i)^2 + (\partial_j \bar{V}_i + \partial_i \bar{V}_j)^2], \\ v_i &= \mu_t / \rho \end{aligned} \quad (9)$$

a empirijske konstante  $C_\mu$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\sigma_k$  i  $\sigma_\varepsilon$  u  $k$ - $\varepsilon$  modelu imaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} C &= 0,09, \quad C_1 = 1,44, \quad C_2 = 1,92, \\ \sigma_k &= 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,30. \end{aligned} \quad (10)$$

Za hidromehanički sistem gas-kapljice tečnosti, kada raspršene kapljice u disperzionom mlazu u složenim interakcijama sa gasovitom fazom narušavaju turbulentnu strukturu osnovnog strujnog polja, izvedeni su u radu [3] izrazi za  $S_k = S_{k_1} + S_{k_2}$  i  $S_\varepsilon = S_{\varepsilon_1} + S_{\varepsilon_2}$  u jednačinama (7) i (8). Pod odgovarajućim pretpostavkama, ovi dodatni izvori definišu disipativne efekte koji su posledica interfaznog delovanja tečne i gasovite faze [3]. Dakle, numeričkim rešavanjem jednačina (7) i (8) u okviru datog modela turbulencije određuje se posredstvom (6) turbulentna viskoznost  $\mu_t$  na osnovu koje se rešavaju jednačine količine kretanja (3).

Za slučaj višekomponentnih i višefaznih hidromehaničkih sistema, kada postoje i odgovarajuće hemijske reakcije (sagorevanja, topljenje, isparavanje), potrebno je za proračun razmene materije i toplote datim jednačinama pridružiti jednačine energije i jednačine održanja materije svih pojedinih

načnih komponenti i faze čvrstih, tečnih i gasovitih medijuma, kao i jednačine svih procesa koji se pritom odigravaju u sistemu.

### 3. Modeliranje i karakteristike turbulentne razmene u procesima mešanja

Fizičke pojave i karakteristike strujanja pri procesima mešanja, osnovne diferencijalne jednačine i modeli turbulentnog prenosa pri mešanju, kao i blok-šema inženjerskog proračuna dati su u [4]. U istom radu prikazani su i pojedini oblici jednačina (1)–(9) za slučaj strujanja u cilindričnim prostorima. Mehanizam turbulentne razmene u aksijalnom i radijalnom pravcu, pri turbulentnom mešanju homogenih i heterogenih sredina u aparatima sa različitim vrstama i konstrukcijama mešalica, zavisi od raspodele obimske brzine, tj. od strukture unutrašnjeg vjornog strujanja u cilindričnim i cilindrično-konusnim prostorima. Uticaj vjora na karakteristične strukturne parametre istražen je u radu [5]. Na slici 1. prikazana je karakteristična raspodela vremenski osrednjene brzine  $\bar{W}$  u obimskom pravcu, koja odgovara onim profilima brzine koji nastaju u procesima mešanja. Naime, strujno polje turbulentnog vjornog strujanja, tj. turbulentnog mešanja grubo se deli u četiri oblasti, od kojih svaka poseduje posebnu strukturu i mehanizam turbulentne razmene. Ove sve četiri oblasti jasno se uočavaju na slici 1. [5]. Oblast vrtložnog jezgra u saosnom prostoru cevi, u kome se obimska komponenta  $\bar{W}$  raspodeljuje približno po zakonu krutog tela  $\bar{W} \sim r$ , odvojena je smicajnim vrtložnim spojem, u kome  $\bar{W}$  dostiže svoj maksimum, od osnovnog strujanja u kome raspodela  $\bar{W}$  odgovara zakonu potencijalnog vrtloga  $\bar{W} \sim 1/r$ . Četvrta oblast pripada oblasti strujanja u blizini zida, sa svim svojstvima strujanja u graničnom sloju. U cilindričnim koordinatama ( $x, r, \varphi$ ) veličine  $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$ , odnosno  $u, v, w$  označavaju vremenski osrednjene odnosno fluktuacione brzine u aksijalnom ( $x$ ), radijalnom ( $r$ ) i obimskom ( $\varphi$ ) pravcu. Pri tom je srednja brzina  $U_m = \sqrt{1/2} \pi = 21,41$  m/s i Rejnoldsov broj  $Re = U_m 2R/\nu = 2,835 \cdot 10^5$ .

Izrazom

$$\theta = \int_0^R r \bar{W}^2 \bar{U} dr / \int_0^R r \bar{U}^3 dr$$

definisana je jačina vjora  $\theta$ . Na slici 1. su punim linijama prikazani profili bezdimenzijskih brzina za  $\theta_2 = 0,429$ , dok linije crta-crta odgovaraju jačini vjora  $\theta_1 = 0,229$ , pri čemu je poluprečnik cevi  $R = 100$  mm. Uočava se da se pri jačem vjoru oblast vrtložnog jezgra širi i time smicajni sloj sve više pomera od ose ka zidu cevi. Na taj način se i oblast osnovnog strujanja sa približno konstantnom vrednošću aksijalne brzine smanjuje i približava zidu cevi. Recirkulaciono strujanje se za date jačine vjora ne pojavljuje.

Problemi hidrodinamike mešanja pri turbulentnom režimu strujanja u aparatima sa različitim tipovima mešalica (pužne, lopatične, turbinske, okvirne, elisne i dr.) nisu egzaktno rešeni. Razlog za to je što trodimenzijska strukturna strujnog polja i nepoznat mehanizam prenosa impulsa u turbulentnom strujanju onemogućuju formiranje tačnih izraza za naponu u vjornom turbulentnom strujanju. Zbog toga je i hidraulički proračun aparata sa mešalicom, kao i proračun ostalih konstrukcionih i pogonskih parametara, vezan sa znatnim teškoćama. U inženjerskoj praksi se to prevazilazi eksperimentalnim istraživanjima i pogodnim modeliranjem turbu-

lentne razmene, tj. prihvatanjem poluempirijskih hipoteza koje su našle svoju široku primenu pri rešavanju praktičnih problema hidromehanike (hipoteza Prantla, Tejlora, Karmana, Rajharda, Kolmogorova-Obuhova).

Metoda proračuna zavisnosti parametara raspodele obimske brzine  $\bar{W}$ , čiji je karakter promene prikazan na slici 1, od geometrijskih karakteristika aparata i mešalice, kao i fizičkih svojstava radnog medijuma, prikazana je u radovima [6] i [7]. Metoda je zasnovana na modelu kombinovanog prinudno-slobodnog vjora i uslova stacionarnog režima, tj. uslova ravnoteže svih sila i momenata sistema, pri čemu je korišćeno modeliranje tangencijalnog napona pomoću srednje vrednosti prosečne obimske brzine  $\tau = f_w \rho \bar{W}_s^2 / 2$ , gde se  $f_w$  određuje eksperimentalno za razne vrste mešalica. Tako dobijen sistem jednačina može da se napiše u obliku

$$\bar{W}_*(r) = \begin{cases} r_* (\xi_1 r_*^3 + \xi_2 r_*^2 + 1), & \text{za } 0 \leq r_* \leq 1, \\ (1 + \xi_1 + \xi_2) / r_*, & \text{za } 1 < r_* \leq R_*, \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{b}{z_m \zeta_m Re_c^{1/4}} = \frac{0,24(\xi_1^2 + 2,22\xi_1\xi_2 + 1,25\xi_2^2)}{a_1 R_* [1 + 0,4\xi_1 + 0,5\xi_2 + 2(1 + \xi_1 + \xi_2) \ln R_*]^{1,75}} \quad (12)$$

gde su:

- $\zeta_2 = -(0,5 + 1,25\zeta_1)$ ,  $b = 4H/R + 1$  – (aparat sa slobodnim nivoom tečnosti),
- $b = 4H/R + 2$  – (potpuno napunjen aparat),
- $z_m$  – broj mešalica na vratilu,
- $Re_c = \rho n d_m^2 / \mu$  – Rejnoldsov broj,
- $\zeta_m$  – koeficijent otpora mešalice,
- $\mu$  – dinamička viskoznost,
- $\rho$  – gustina fluida,
- $d_m$  – prečnik mešalice,
- $\bar{W}_* = \bar{W}(r) / \omega_0 r_0$  – bezdimenzijska obimska brzina,
- $r_* = r/r_0$ ,
- $R_* = R/r_0$ ,
- $\omega_0$  – ugaona brzina mešalice,
- $r_0$  – poluprečnik mešalice,
- $R$  – poluprečnik aparata,
- $H$  – visina nivoa tečnosti u aparatu,
- $n$  – broj obrtaja mešalice,
- $a_1 = 0,095$  za  $R_* \geq 2$ ,
- $a_1 = R_*/(20,35R_* - 19,1)$  za  $1,05 \leq R_* \leq 2$ .

Jednačina (12) pokazuje parametre raspodele brzine  $\xi_1$  i  $\xi_2$  sa geometrijskim karakteristikama aparata i mešalice, kao i sa svojstvima fluida. Najpre se numerički ili grafički rešava jednačina (12), koja važi za mešalice svih vrsta kod kojih su podužne ose lopatica postavljene horizontalno, tj. upravno na osu vratila (turbinske, lopatične, elisne, tj. propelerne itd.), a potom pomoću (11) proračunava profil obimske brzine. Dobijeni rezultati dobro se slažu sa eksperimentalnim za sve vrednosti parametara  $R = 1,5 + 15$ ,  $z_m = 1 + 4$ ,  $Re_c = 800 + 2 \cdot 10^6$ ,  $H/2R = 0,6 + 2,5$  koje praktično definišu celokupnu radnu oblast aparata sa mešalicama.

Za slučaj da se Rejnoldsovi naponi  $-\rho v_i v_j$  u jednačinama (3) modeliraju poluempirijskim hipotezama moguće je, na osnovu prihvaćenih modela turbulentne razmene impulsa, zakone formiranja profila  $\bar{W}(r)$  i karakteristike hidrauličkog

otpora uređaja u procesu mešanja kvalitativno, a u nekim slučajevima i kvantitativno analizirati i proračunati. Naime, ako se za stacionarno strujanje tečnosti iskoristi jednačina ravnoteže momenata za elementarnu cilindričnu zapreminu tečnosti i odgovarajući tangencijalni naponi modeliraju Prantlovom hipotezom o putanji mešanja i Businesskovom hipotezom o turbulentnoj viskoznosti, dobijaju se jednačine:

$$\frac{d}{dr} \left[ r^2 \left( \frac{d\bar{W}}{dr} + \frac{\bar{W}}{r} \right) \frac{d\bar{W}}{dr} + \frac{\bar{W}}{r} \right] - \frac{\Phi_m(r) - \psi(r) - 0,288\rho(\varepsilon_0\nu)^{1/4}\bar{W}(r)\pi^2}{2\pi H\rho\alpha^2 L^2} = 0, \quad (13)$$

$$\int_0^R \Phi_m(r) dr = \int_0^R \psi(r) dr + 0,288\rho\pi(\varepsilon_0\nu)^{1/4} \cdot \int_0^R \bar{W}(r)r^2 dr + HR^2\bar{W}(R - \delta_0) = 0, \quad (14)$$

pri čemu su funkcije gustine raspodele odgovarajućih momenata duž radijusa  $\Phi_m(r)$  i  $\Psi(r)$  definisani izrazima:

$$\Phi_m(r) = \begin{cases} (z_L \zeta_L \rho h_L / 2) [\omega_0 r - \bar{W}(r)]^2 r, & \text{za } r \in \Omega_m, \\ 0, & \text{za } r \notin \Omega_m, \end{cases} \quad (15)$$

$$\psi(r) = \begin{cases} \sum (\zeta_i \rho h_i / 2) \bar{W}^2 r, & \text{za } r \in \Omega_u, \\ 0, & \text{za } r \notin \Omega_u, \end{cases} \quad (16)$$

gde su:  $z_L$  - broj lopatica mešalice;  $\zeta_L$  i  $h_L$  - koeficijenti otpora i visine lopatica mešalice;  $h_L$  - visina  $i$ -tog unutrašnjeg uređaja (reflektorske pregrade, odbojnika, cevnog elementa i dr.) u aparatu sa mešalicom;  $\Omega_m$  odnosno  $\Omega_u$  - skup vrednosti radijalne koordinate  $r$  duž kojih se ostvaruje međudejstvo strujnog polja sa lopaticama mešalice odnosno sa unutrašnjim uređajima;  $l = \alpha_L$  - Prantlova putanja mešanja ( $L = r_{max}$  za  $0 \leq r \leq r_{max}$ ;  $L = R - r_{max}$  za  $r_{max} \leq r \leq R$ ),  $r_{max}$  - poluprečnik na kome obimska brzina  $\bar{W}$  dostiže svoju najveću vrednost  $\bar{W}_{max}$  (slika 1).

Tangencijalni napon u tečnosti modeliran je u izrazima (13) i (14) pomoću pretpostavke o putanji mešanja, tj. Prantlove hipoteze, dok je modeliranje tangencijalnog napona na zidu omotača i dna aparata izvršeno pomoću hipoteze o turbulentnoj viskoznosti  $\mu_t$ , tj.  $\tau = \rho(\nu + \nu_t) \cdot d\bar{W}/dy$  pri čemu je za određivanje kinematičke turbulentne viskoznosti  $\nu_t$  korišćena hipoteza Landaua o karakteru prigušenja turbulencije blizu čvrstih površi, kao i teorija lokalno-izotropne turbulencije Kolmogorova-Obuhova. Saglasno ovome se pretpostavlja [8] da je turbulentna viskoznost u viskoznom podsloju proporcionalna četvrtom stepenu rastojanja  $y$  od zida  $\nu_t = \nu(y/\delta_0)^4$ , gde  $\delta_0$  označava debljinu

viskoznom podsloja tako da je  $\bar{W}_0 \delta_0 / \nu = 11,5$ . Na osnovu zakona Kolmogorova-Obuhova je  $\bar{W}_0^2 \approx (\varepsilon_{0L} \delta_0)^{2/3}$ , gde je  $\varepsilon_{0L}$  - lokalna vrednost disipacije energije, koja se u prvom približenju zamenjuje njenom srednjom vrednošću  $\varepsilon_0 = N/\rho V$  koja se pojavljuje u jednačini (13). Veličina  $N$  označava snagu potrebnu za prenos mešanja koja je definisana hidromehaničkim i konstrukcionim elementima aparata sa mešalicom, dok  $V$  predstavlja zapreminu medijuma u aparatu.

Sistem jednačina (13) - (14), pri čemu (14) predstavlja integralni uslov ravnoteže momenata, zajedno sa izrazima (15) i (16) i uslovom jednoznačnosti pri rešavanju jednačine (13) u obliku  $\bar{W}(r) = \omega_0 r$ , pri  $r = r_v$ , gde je  $r_v$  poluprečnik vratila mešalice, predstavlja zatvoreni sistem, koji sadrži samo jedan nepoznati parametar, tj. konstantu  $\alpha$  u izrazu za put mešanja  $l$ , koju treba eksperimentalno odrediti. Rezultati numeričkog rešenja jednačina (13) - (16) za  $\alpha = 0,07$  za okvirne mešalice ( $2R = 0,4$  m,  $r_o = 0,15$  m,  $H = 0,4$  m,  $\omega_0 = 6,35$  s<sup>-1</sup>, vodeni rastvor glicerina) i lopatične mešalice sa unutrašnjim uređajima ( $2R = 1,2$  m,  $r_o = 0,25$  m,  $\omega_0 = 6,35$  s<sup>-1</sup>) dobro se slažu sa eksperimentalnim podacima [8]. Na osnovu ovih proračuna određuje se potrebna snaga za dati aparat sa mešalicom, kao i dozvoljena geometrija centralnog levka tečnosti koji nastaje u rotirajućim sistemima.

Turbulentna razmena u vihornom strujanju, koje se javlja u procesima mešanja, predstavlja izuzetno složen mehanizam prenosa. Naime, kako se ovde radi o trodimenzijskom nehomogenom strujnom polju, sa velikim gradijentima brzine, postoje velike teškoće pri merenju odgovarajućih turbulentnih karakteristika, koje su bitne za analizu procesa prenosa.

Promena turbulentne viskoznosti je u mnogim slučajevima dosta složena i teško ju je opisati određenim zavisnostima. U radu [9] su određene anemometrijskim merenjima raspodele vremenski osrednjenog brzinskog polja  $U$ ,  $V$ ,  $W$  i Reynold-

sovih napona  $-\overline{\rho v_j v_j}$  u vihornom strujanju u difuzoru pri Reynoldsovom broju  $Re = 2,835 \cdot 10^5$  i jačini viora  $\theta = 0,429$  u ulaznom preseku  $x/R = 0$  konusnog difuzora ugla otvora  $\beta = 12^\circ$  C. Pomoću ovih eksperimentalnih rezultata određena

je turbulentna kinetička energija  $k = \overline{v_j v_j} / 2$  i njena produkcija  $P_k$ , saglasno izrazima u [5] i [9]. Na slici 2. prikazane su raspodele bezdimenzijske turbulentne kinetičke energije  $k = k/U_m^2$ , produkcije turbulentne energije  $P_k$  u bezdimenzijskom obliku  $P_k = P_k R / U_m^3$  i bezdimenzijske dinamičke turbulentne viskoznosti  $\mu_t = \mu_t / \mu$  u radijalnom i aksijalnom pravcu u četiri preseka difuzora ( $x/R = 0; 3,85; 5,85; 8,90$ , gde je  $R = 100$  mm).

Turbulentna viskoznost  $\mu_t$  je izračunata na osnovu Businesskove hipoteze i  $k$ - $\varepsilon$  modela [vidi izraze (5) - (10) za  $S_k = S_\varepsilon = 0$ ], tj. na osnovu kinetičke energije i njene produkcije. Na slici 2. se uočavaju izrazite i veoma složene promene turbulentne viskoznosti, kao i oblasti sa njenim negativnim vrednostima. To ne samo da otežava modeliranje turbulentnog prenosa, nego ukazuje i na izvesne nedostatke u fizičkoj suštini  $k$ - $\varepsilon$  modela i Businesskovog koncepta. To se potvrđuje i pri istraživanju turbulentne razmene u procesima mešanja homogenih i heterogenih hidromehaničkih sistema.

#### 4. Zaključak

Problemi turbulentnog prenosa i njegovog modeliranja spadaju u aktuelne probleme nauke o strujanju. Razmatranja i analize date u ovom radu ukazuju kako na čitav niz mogućnosti rešavanja složenih pojava u hidromehaničkim sistemima, tako i na raznovrsne teškoće koje treba savladati pri korišćenju modela turbulentne razmene. Na osnovu dobijenih rezultata se zaključuje da su u ovoj oblasti neophodna dalja istraživanja, koja će omogućiti još bliži uvid u fiziku mehanizma turbulentnog prenosa materije, toplote i količine kretanja u aparatima sa različitim vrstama mešalica. Tu se pre svega misli na istraživanje strukture vihornog strujanja, turbulentne difuzije i raspodele koncentracija čestica i ras-

tvorenih materija u aksijalnom i radijalnom pravcu aparata sa mešalicom. Posebnu pažnju izazivaju prenos momenta količine kretanja turbulentnim fluktuacijama, hidraulički otpori unutrašnjih uređaja u mešalicama i cirkulaciona odnosno recirkulaciona strujanja u meridijanskim ravnima aparata. Za pravilno odvijanje procesa mešanja u vrlo heterogenim sistemima potrebna su istraživanja hemijskih reakcija i karakteristika strujanja veoma viskoznih i nenjutnovskih sredina. Rezultati ovakvih istraživanja bi još više poboljšali metode proračuna i matematičkog modeliranja aparata i reaktora sa mešalicama namenjenih raznovrsnim procesima u složenim hidromehaničkim sistemima.

## 5. Literatura

[1] GOSMAN, A. D. et al.: *Heat and mass transfer in recirculating flows*, Academic Press, London, 1969.

- [2] MIGDAL, D., Agosta V. D.: *Trans. ASME, Appl. Mech.*, Vol. 34E, No 4, pp. 860–865, 1967.
- [3] FASHOLA, A. A., Chen C. P., *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No 4, pp. 69–01, 1990.
- [4] ČANTRAK, S., *Procesna tehnika*, br. 3, str. 5–9, 1991.
- [5] ČANTRAK, S., FELSCH K. O., JUNGBLUTH H., *ZAMM*, H.5, B.67, T271–T272, 1987.
- [6] BRAGINSKIJ, L. N., *TOHT*, t. 1., br. 5, s. 583–587, 1967.
- [7] BEGAČEV, V. I., BRAGINSKIJ, L. N., *TOHT*, t. 8., br. 1, s. 79–84, 1974.
- [8] BARABAŠ, V. M., BRAGINSKIJ, L. N., *IFŽ*, t. 40., br. 1, s. 16–20, 1981.
- [9] BENIŠEK, M., ČANTRAK S., Nedeljko M., *ZAMM*, H.5, B.71, T453–T456, 1991.